

01 지수함수와 로그함수의 그래프

01 지수함수

i) $y = a^x$ ($a \neq 1, a > 0$) & $a > 1$

POINT

- a 가 클수록 y 축에 가까워
- 증가, 아래로 볼록
- 점근선 x 축 ($y=0$)

ii) $y = a^x$ ($a \neq 1, a > 0$) & $0 < a < 1$

POINT

- a 가 작을수록 y 축에 가까워
- 감, 아래로 볼록
- 점근선 x 축 ($y=0$)

iii) $y = a \cdot b^{cx+d} + e$ 그래프



예제 01

 $y = 3 \cdot 2^{2x-4} + 3$ 의 그래프를 그리시오.

예제 02

 $y = -5^{2+x} - 3$ 의 그래프를 그리시오.

02 로그함수

i) $y = \log_a x$ ($a \neq 1, a > 0, x > 0$) & $a > 1$

POINT

- a 클수록 x 축에 가까워
- 증가, 위로 볼록
- 점근선 y 축($x = 0$)

ii) $y = \log_a x$ ($a \neq 1, a > 0, x > 0$) & $0 < a < 1$

POINT

- a 가 작을수록 x 축에 가까워
- 감소, 아래로 볼록
- 점근선 y 축($x = 0$)

iii) $y = a \cdot \log_b(cx + d) + e$



예제 01 $y = 3 \cdot \log_2(4x - 3) + 2$ 의 그래프를 그리시오.

02 치환

⇒ 범주주의

예제 01 $y = 4^x - 2^{x+3}$ ($2 \leq x \leq 3$)의 최솟값을 구하시오.

예제 02 $y = \log_8(x^2 - 4x + 12)$ 의 최솟값을 구하시오.

예제 03 $x + y = 18$ 일 때, $\log_{\frac{1}{3}}x + \log_{\frac{1}{3}}y = k$ 라 하자. k 의 최솟값을 구하시오.

예제 04 $x \geq 2$ 일 때, $y = 2(\log_2 2x)^2 + \log_2(2x)^2 + 2\log_2 x + 2$ 의 최솟값을 구하시오.

03 특수

⇒ 지수에 log가 있어 → 양변에 log 취해

예제 01 $y = 100x^2 \div x^{\log x}$ 이 최솟값을 구하시오.

예제 02 $f(x) = 2^{a+x} + 2^{a-x}$ 가 있을 때 최솟값이 8이다. 이때 a 값을 구하시오.



04 개념적용

예제 CRAFT

01

다음 보기 중 지수함수인 것만을 있는 대로 고르시오. (단, x 는 실수이다.)

보기

- | | |
|-----------------|----------------|
| ㉠. $y = 2^x$ | ㉡. $y = x^3$ |
| ㉢. $y = (-1)^x$ | ㉣. $y = 0.5^x$ |
| ㉤. $y = 3.5^x$ | |

02

지수함수 $f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x$ 에 대하여 $f(0)$ 을 구하시오.

03

지수함수 $f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x$ 에 대하여 $f(3)$ 을 구하시오.

04

지수함수 $f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x$ 에 대하여 $f(-4)$ 을 구하시오.

05

지수함수 $f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x$ 에 대하여 $f(-1)f(2)$ 을 구하시오.

06

함수 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동하였더니 함수 $y = 8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x - 1$ 의 그래프와 일치하였다. 이때 상수 m, n 의 값을 구하시오.

07

$y = 3^x$ ($-1 \leq x \leq 1$)의 최댓값과 최솟값을 각각 구하시오.

08

$y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ ($-2 \leq x \leq 2$)의 최댓값과 최솟값을 각각 구하시오.

09

$y = 3^{x^2 - 6x + 6}$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 구하시오.

10

$y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2 - 2x + 3}$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 구하시오.

11

$y = \left(\frac{1}{3}\right)^x + 1$ ($-2 \leq x \leq 2$)의 최댓값과 최솟값을 각각 구하시오.

12

$0 \leq x \leq 2$ 일 때, 함수 $y = 4^x - 2^{x+2} + 3$ 의 최댓값과 최솟값을 구하시오.

13

$y = 10^x$ 의 역함수를 구하시오.

14

$y = 3 \cdot 2^{x-1}$ 의 역함수를 구하시오.

15

함수 $y = \frac{1}{2}(3^x - 3^{-x})$ 의 역함수를 구하시오.

16

다음 함수의 최댓값과 최솟값을 각각 구하시오.

$$y = \log_2 x \quad (1 \leq x \leq 64)$$

17

$0 < a < b < 1$ 일 때, 세 수 $\log_a b$, $\log_b a$, $\log_b \frac{b}{a}$ 의 대소를 비교하시오.

18

다음 함수의 최댓값과 최솟값을 각각 구하시오.

$$y = \log_{\frac{1}{2}}(x+1) \quad \left(-\frac{1}{2} \leq x \leq 7\right)$$

19

다음 함수의 최댓값과 최솟값을 각각 구하시오.

$$y = -\log_5(x-2) + 3 \quad (7 \leq x \leq 127)$$

20

함수 $y = \log_3(x^2 - 4x + 31)$ 의 최솟값을 구하시오.

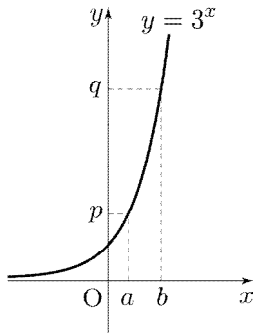


21

함수 $y = 4^{2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동하였더니 함수 $y = 16 \cdot 4^{2x} + 16$ 의 그래프와 겹쳐졌다. 이때 $m+n$ 의 값을 구하시오.

22

그림은 함수 $y = 3^x$ 의 그래프이다. $pq = 27$ 일 때, $a+b$ 의 값은?



- ① 2
- ② 3
- ③ 6
- ④ 9
- ⑤ 12

23

정의역이 $\{x \mid -1 \leq x \leq 1\}$ 인 함수 $y = 2^{x+1} + k$ 의 최댓값이 1일 때, 상수 k 의 값은?

- ① -3
- ② -2
- ③ -1
- ④ 1
- ⑤ 2

24

정의역이 $\{x \mid -1 \leq x \leq 3\}$ 인 함수 $y = 2^{x^2-4x+1}$ 이 $x = a$ 에서 최댓값 b 를 가질 때, $a+b$ 의 값은?

- ① 10
- ② 31
- ③ 34
- ④ 63
- ⑤ 66

25

정의역이 $\{x \mid -1 \leq x \leq 2\}$ 인 함수 $y = 4^x - 2^{x+1} + 3$ 이 $x = a$ 에서 최댓값 b , $x = c$ 에서 최솟값 d 를 가질 때, $a + b + c - d$ 의 값은?

- ① 11 ② 13 ③ 15
- ④ 17 ⑤ 19

26

함수 $y = 6(3^x + 3^{-x}) - (9^x + 9^{-x})$ 의 최댓값은?

- ① 8 ② 9 ③ 10
- ④ 11 ⑤ 12

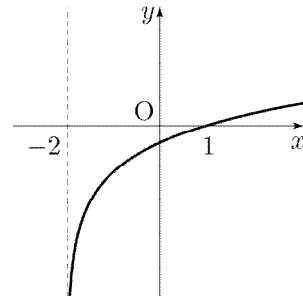
27

함수 $y = -\log_2(2-x) + 1$ 에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① 정의역은 $\{x \mid x < 2\}$ 이다.
- ② 그래프의 점근선의 방정식은 $x = 2$ 이다.
- ③ 그래프는 점 $(1, 1)$ 을 지난다.
- ④ x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소한다.
- ⑤ 그래프는 $y = -\log_2(-x)$ 의 그래프를 평행이동하면 겹쳐진다.

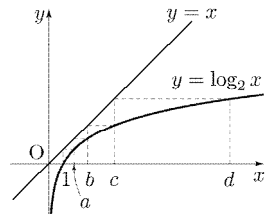
28

$y = \log(x+a) + b$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하시오.



29

오른쪽 그림은 함수 $y = \log_2 x$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 이다. 다음 중 $\left(\frac{1}{2}\right)^{a-b}$ 의 값과 같은 것은?



(단, 점선은 x 축 또는 y 축에 평행하다.)

- ① $\frac{c}{a}$ ② $\frac{c}{b}$ ③ $\frac{c}{d}$
- ④ $\frac{b}{c}$ ⑤ $\frac{b}{d}$

30

함수 $y = \log_4(x-2) + 3$ 의 역함수가 $y = a^{2x+b} + c$ 일 때, 정수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값을 구하시오.

31

정의역이 $\{x \mid -1 \leq x \leq 2\}$ 인 함수 $y = \log_2(-x^2 + 2x + 7)$ 의 최댓값과 최솟값의 곱은?

- ① 2 ② 4 ③ 6
- ④ 8 ⑤ 10

32

$x > 1$ 일 때, 함수 $y = \log_4 x + \log_x 256$ 의 최솟값은?

- ① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ 4
- ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ 8

33

함수 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-4x+2}$ ($-1 \leq x \leq 3$)의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, Mm 의 값을 구하시오.

34

함수 $y = 2^{-2x+2} + n$ 의 그래프가 제1사분면을 지나지 않도록 하는 상수 n 의 최댓값을 구하시오.

35

보기의 함수 중에서 함수 $y = \log_2(x-1) + 3$ 의 그래프를 평행이동 또는 대칭이동하여 얻을 수 있는 것만을 있는 대로 고른 것은?
(단, 평행이동과 대칭이동은 여러 번 반복할 수 있다.)

보기

ㄱ. $y = \log_2 \sqrt{2}x$

ㄴ. $y = 3\log_2(x+2)$

ㄷ. $y = 2^{x+1} - 5$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄷ

Challenge!

36

함수 $f(x) = x^2 - 3x - 1$ 에 대하여 부등식
 $4^{f(x)} - 3 \cdot 2^{1+f(x)} < 16$
을 만족시키는 정수 x 의 개수를 구하시오.

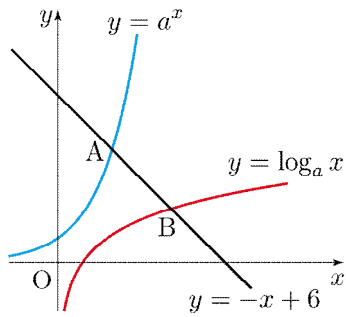
37

함수 $y = 2 - \log_2\left(ax + \frac{a}{6}\right)$ 의 그래프가 제3사분면을
지나지 않도록 하는 자연수 a 의 개수를 구하시오.

38

그림과 같이 1보다 큰 상수 a 에 대하여 직선 $y = -x + 6$ 이 두 곡선 $y = a^x$, $y = \log_a x$ 와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. $\overline{AB} = 2\sqrt{2}$ 일 때, $3a$ 의 값을 구하시오.

(단, 점 A의 x 좌표는 점 B의 x 좌표보다 작다.)



39

두 지수함수 $f(x) = 2^x - 1$ 과 $g(x) = \left(\frac{a-1}{3}\right)^x$ 의 그래프가 한 점에서 만나도록 하는 정수 a 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하시오.

40

정의역이 $\{x \mid -1 \leq x \leq 2\}$ 인 함수 $y = a^{|x-1|+2}$ 의
최댓값이 $\frac{1}{4}$ 일 때, 최솟값을 구하시오. (단, $a > 0$)