

3

CHAPTER

이차함수와 방정식



REVIVAL

- 방정식과 함수와의 자유로운 관계
- 두 근의 차의 Hidden Structure
- 두 이차함수의 교점의 관계
- 함수의 특징
- 새롭게 정의된 함수

TOPIC 1

교점의 x 좌표의 합과 곱의 공식

NOTE

01

내신기출

최고차항의 계수가 1인 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 직선 $y=2x+1$ 과 서로 다른 두 점에서 만나고, 두 교점의 x 좌표는 각각 1, 3이다. 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=2x+2$ 의 서로 다른 두 교점의 x 좌표를 α, β 라 할 때, $(\alpha^2-5\alpha+1)(\beta^2-3\beta+3)$ 의 값은?

- ① -21 ② -14 ③ -7 ④ 0 ⑤ 7

02

2025년 9월 16번 4점

최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 방정식 $f(x)=0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖고, 두 근의 곱은 4이다. 방정식 $f(x)=-x+1$ 의 두 근의 차가 2일 때, $f(6)$ 의 값은?

- ① 7 ② 10 ③ 13 ④ 16 ⑤ 19

03

내신기출

함수 $f(x) = x^2 - \frac{a}{2}x + a + k$ 의 그래프와 함수 $g(x) = \frac{a}{2}x + 5$ 의 그래프의 두 교점을 A, B라 하고, 함수

$f(x) = x^2 - \frac{a}{2}x + a + k$ 의 그래프와 함수 $h(x) = \frac{a}{2}x$ 의 그래프의 두 교점을 C, D라 하자.

$\overline{AB} : \overline{CD} = 3 : 2$ 을 만족하는 실수 a 가 존재할 때, 실수 k 의 최솟값은? (단, $k < -1$)

- ① -6 ② $-\frac{11}{2}$ ③ -5 ④ $-\frac{9}{2}$ ⑤ -4

NOTE

08

2018년 9월 12번 3점

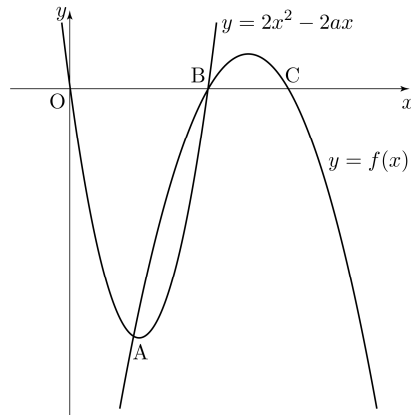
두 이차함수 $y = -(x-1)^2 + a$, $y = 2(x-1)^2 - 1$ 의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만난다. 이 두 점 사이의 거리가 4일 때, 상수 a 의 값은?

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

09

내신기출

양수 a 에 대하여 이차함수 $y=2x^2-2ax$ 의 그래프의 꼭짓점을 A, x 축과 만나는 두 점을 각각 O, B라 하자. 점 A를 지나고 최고차항의 계수가 -1 인 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점을 각각 B, C라 할 때, 선분 BC의 길이는 4이다. 삼각형 ACB의 넓이는? (단, O는 원점이다.)



- ① 18 ② 27 ③ 32 ④ 48 ⑤ 64

10

2021년 6월 28번 4점

x 에 대한 이차방정식 $x^2+2ax-b=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $|\alpha-\beta|<12$ 를 만족시키는 두 자연수 a, b 의 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하시오.

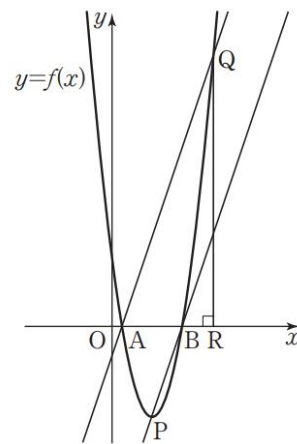
NOTE

31

2018년 9월 20번 4점

그림과 같이 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 두 점 $A(1, 0)$, $B(a, 0)$ 을 지난다. 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 꼭짓점을 P , 점 A 를 지나고 직선 PB 에 평행한 직선이 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 만나는 점 중 A 가 아닌 점을 Q , 점 Q 에서 x 축에 내린 수선의 발을 R 라 하자. 직선 PB 의 기울기를 m 이라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

(단, $a > 1$)



보기

- ㄱ. $f(2) = 2 - a$
- ㄴ. $\overline{AR} = 3m$
- ㄷ. 삼각형 BRQ 의 넓이가 $\frac{81}{2}$ 일 때, $a + m = 10$ 이다.

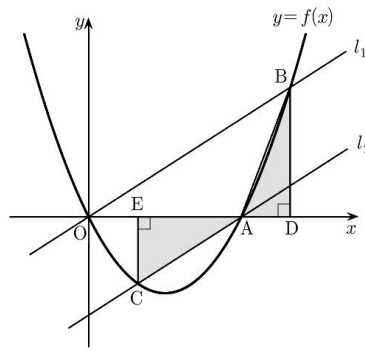
- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

32

2025년 9월 28번 4점

이차함수 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점을 각각 O , A 라 하자. $0 < m < 2$ 인 실수 m 에 대하여 점 O 를 지나고 기울기가 m 인 직선 l_1 이 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 만나는 점 중 O 가 아닌 점을 B , 점 A 를 지나고 기울기가 m 인 직선 l_2 가 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 만나는 점 중 A 가 아닌 점을 C 라 하자. 두 점 B , C 에서 x 축에 내린 수선의 발을 각각 D , E 라 하고, 두 삼각형 AEC , ADB 의 넓이를 각각 S_1 , S_2 라 하자. $S_1 - S_2$ 의 최댓값을 $\frac{q}{p}$ 라 할 때, $p \times q$ 의 값을 구하시오.

(단, O 는 원점이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

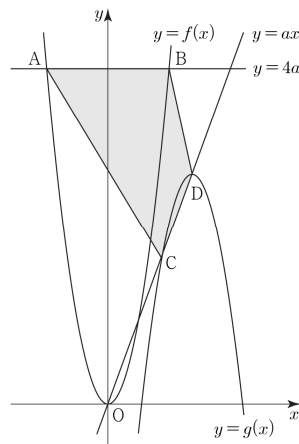


NOTE

41

2023년 9월 28번 4점

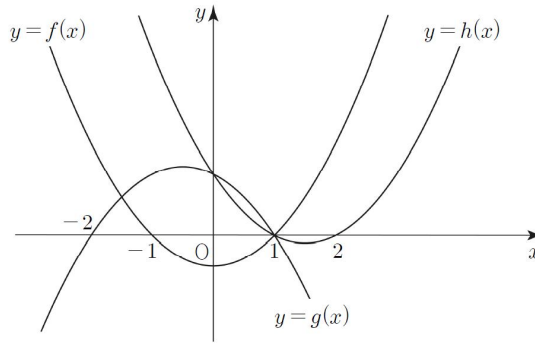
그림과 같이 $2 < a < 4$ 인 실수 a 에 대하여 두 함수 $f(x) = ax^2$, $g(x) = -a(x-a)^2 + a^2$ 의 그래프가 있다. 직선 $y = 4a$ 와 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 직선 $y = ax$ 과 함수 $y = g(x)$ 의 그래프가 만나는 점을 각각 C, D라 하자. 사각형 ACDB의 넓이의 최댓값을 M 이라 할 때, $8 \times M$ 의 값을 구하시오. (단, 점 A의 x 좌표는 점 B의 x 좌표보다 작고, 점 C의 x 좌표는 점 D의 x 좌표보다 작다.)



42

PRISM Level 2 8번
2021년 9월 15번 4점

그림과 같이 최고차항의 계수의 절댓값이 같은 세 이차함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$, $y=h(x)$ 의 그래프가 있다.
방정식 $f(x)+g(x)+h(x)=0$ 의 모든 근의 합은?



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

NOTE

44

고쟁이 5강 STEP3

이차함수 $y = x^2 - 2kx + k^2 + 6k$ 의 그래프와 직선 $y = ax + b$ 가 실수 k 의 값에 관계없이 항상 접할 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① -6 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 6

45

내신기출

x^2 의 계수가 1이고 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(a-2, a+3)$ 인 이차함수가 있다. 이 함수의 그래프가 a 의 값에 관계없이 직선 $y=mx+n$ 에 접할 때, 실수 m, n 에 대하여 $m+n$ 의 값은?

- ① $\frac{15}{4}$ ② $\frac{9}{2}$ ③ $\frac{19}{4}$ ④ $\frac{21}{4}$ ⑤ $\frac{23}{4}$

46

내신기출

x 에 대한 이차함수 $y=x^2+4kx+4k^2-3k$ 의 그래프와 직선 $y=6ax-b$ 가 실수 k 의 값에 관계없이 항상 접할 때, $16(a+b)$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

NOTE

47

2017년 9월 18번 4점

양수 k 에 대하여 이차함수 $y = -\frac{x^2}{2} + k$ 의 그래프와 직선 $y = mx$ 가 만나는 서로 다른 두 점을 각각

A, B라 하자. 실수 m 의 값에 관계없이 $\frac{1}{OA} + \frac{1}{OB}$ 이 일정한 값을 갖기 위한 k 의 값을 구하시오.

(단, O는 원점이다.)

48

2025년 9월 30번 4점

두 양수 a, b 에 대하여 이차함수 $f(x) = \frac{1}{4}(x-4)^2 + a$ 와 두 일차함수 $g(x) = bx + 7$, $h(x) = -\frac{1}{b}x + 7$ 이 있다. 세 함수 $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ 와 두 실수 α, β ($\alpha < \beta$)가 다음 조건을 만족시킨다.

모든 실수 x 에 대하여

$$\{f(x) - g(x)\}\{f(x) - h(x)\} = \frac{1}{16}(x - \alpha)^n(x - \beta)^{4-n}$$

을 만족시키는 자연수 n 이 존재한다. (단, $1 \leq n \leq 3$)

네 점 $A(\alpha, f(\alpha))$, $B(\beta, f(\beta))$, $C(\alpha, 0)$, $D(\beta, 0)$ 에 대하여 사각형 ACDB의 넓이의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M + m = p + q\sqrt{5}$ 이다. $p + q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 유리수이다.)

01

내신기출

이차함수의 기본 성질

이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a, b, c 는 실수)

보 기

- ㄱ. $\frac{c}{a} < 0$ 일 때, 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 x 축과 서로 다른 두 점에서 만난다.
- ㄴ. $a < 0$ 일 때, $f\left(-\frac{b}{2a}\right) > f\left(1 - \frac{b}{2a}\right)$ 이다.
- ㄷ. $0 < c < a < \frac{1}{2}b$ 일 때, 방정식 $f(x^2) = 0$ 은 실근을 갖지 않는다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

02

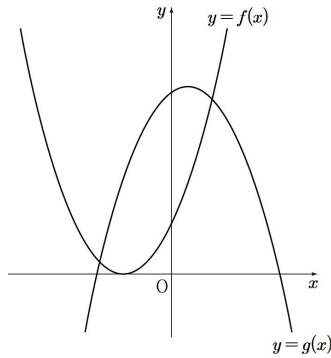
2020년 6월 16번 4점

이차함수의 기본 성질

두 이차함수

$$f(x) = x^2 + ax + b, \quad g(x) = -x^2 + cx + d$$

에 대하여 그림과 같이 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 x 축에 접하고, 두 함수 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프는 제1사분면과 제2사분면에서 만난다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



보 기

- ㄱ. $a^2 - 4b = 0$
- ㄴ. $a^2 - 4d < 0$
- ㄷ. $(a - c)^2 - 8(b - d) > 0$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



내신기출

x 에 대한 방정식 $a(x-98)(x-100)=-b(x-99)(x-101)$ 의 서로 다른 두 실근을 α, β 라 할 때,
 $[\alpha]+[\beta]+[\alpha+\beta]$ 의 값은?

(단, a, b 는 $0 < a < b$ 인 실수이고, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① 394

② 395

③ 396

④ 397

⑤ 398



2022년 6월 21번 4점

$1 \leq x \leq 2$ 에서 이차함수 $f(x) = (x-a)^2 + b$ 의 최솟값이 5일 때, 두 실수 a, b 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

보 기

ㄱ. $a = \frac{3}{2}$ 일 때, $b = 5$ 이다.

ㄴ. $a \leq 1$ 일 때, $b = -a^2 + 2a + 4$ 이다.

ㄷ. $a+b$ 의 최댓값은 $\frac{29}{4}$ 이다.

① ㄱ

② ㄱ, ㄴ

③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ