



- 확률에서 배우는 새로운 용어를 이해하고 습득할 수 있어야 한다.
- 여러 가지 확률을 배우고 적재적소에 사용할 수 있어야 한다.
- 순열과 조합과 확률의 차이점에 대해 문제에서 파악할 수 있어야 한다.

## 01 수학적 확률

### 1 용어의 정의

• 시행	동일한 조건에서 반복이 가능하고 그 결과가 우연에 의하여 지배되는 실험이나 관찰을 시행이라고 한다.	• 배반사건	두 사건 $A, B$ 가 동시에 일어나지 않을 때, $A$ 와 $B$ 는 서로 배반이라고 하고, 이 두 사건을 배반사건이라 한다. ( $A \cap B = \emptyset$ )
• 사건	시행의 결과를 사건이라고 한다.	• 합사건	$A$ 또는 $B$ 가 일어나는 사건 ( $A \cup B$ )
• 근원사건	사건 중에서 더 이상 세분할 수 없는 기본적인 사건을 근원사건이라고 한다.	• 곱사건	$A$ 와 $B$ 가 동시에 일어나는 사건 ( $A \cap B$ )
• 표본공간	근원사건 전체의 집합을 표본공간 또는 전사건이라고 한다. 전사건은 반드시 일어나는 사건이다.	• 여사건	어떤 사건 $A$ 에 대하여 $A$ 가 일어나지 않는 사건을 $A$ 의 여사건이라 하고 $A^C$ 로 나타낸다. 이 때 사건 $A$ 와 그 여사건 $A^C$ 는 서로 배반이다.
• 공사건	절대로 일어나지 않는 사건을 공사건이라고 한다.		

## 2 수학적 확률의 정의

- 어떤 시행에서 표본공간의 개수를  $n(S)$ 라 하고, 개개의 근원사건이 일어나는 것이 같은 정도로 확실할 때, 사건  $A$ 의 개수가  $n(A)$ 라 하면, 사건  $A$ 가 일어날 수학적 확률  $P(A)$ 는

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\text{(사건 } A \text{가 일어날 경우의 수)}}{\text{(일어날 수 있는 모든 경우의 수)}}$$

필수예제  
01

서로 다른 두 주사위를 던져 눈의 합이 4의 배수가 나올 확률을 구하시오.

필수예제  
02

흰 공 2개, 노란 공 2개, 파란 공 2개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼낼 때, 공의 색깔이 모두 다를 확률을 구하시오.

(단, 모든 공의 크기와 모양은 같다.)

필수예제  
03

다음 그림과 같이 원주 위를 8 등분한 8개의 점이 있다. 이 중에서 세 점을 택하여 삼각형을 만들 때, 이 삼각형이 직각삼각형이 될 확률을 구하시오.

## 3 확률의 기본성질

- 임의의 사건  $A$ 에 대하여  $0 \leq P(A) \leq 1$
- 반드시 일어나는 사건(전사건)  $S$ 에 대하여  $P(S) = 1$
- 절대로 일어나지 않는 사건(공사건)  $\phi$ 에 대하여  $P(\phi) = 0$

## 02 기하학적 확률과 통계적 확률



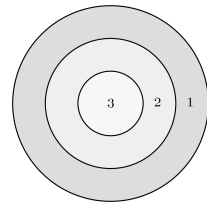
### 1 기하적 확률

- 연속적인 변량  $a, b$ 를 크기로 갖는 영역  $A, B$ 가 있어 점  $P$ 는 이 영역  $A$  속의 어느 점이든 같은 정도로 잡을 수 있다고 하자. 이제 영역  $B$ 가 영역  $A$ 에 포함되어 있을 때, 영역  $A$  속에 임의로 잡은 점  $P$ 가 영역  $B$ 에 포함될 확률은  $\frac{b}{a}$  이라고 할 수 있고, 이 확률을 기하학적 확률이라 한다.

$$P(A) = \frac{(\text{해당 영역의 길이 또는 넓이})}{(\text{전 영역의 길이 또는 넓이})}$$

필수예제  
01

오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이의 비가 1:2:3인 동심원으로 이루어진 과녁에 화살을 쏠 때, 반지름의 길이가 작은 원부터 각각 3점, 2점, 1점을 얻을 수 있다고 하자, 2점을 얻을 확률을 구하시오.  
(단, 화살은 반드시 과녁에 맞고, 경계선에 맞는 경우는 생각하지 않는다.)



필수예제  
02

재현이와 지혜가 오후 12 시에서 1 시 사이에 터미널에서 만나기로 약속하였다. 누구든지 도착 후 20분 동안만 기다리기로 하였을 때, 두 사람이 만날 확률을 구하시오.

### 2 통계적 확률

- 어떤 조건 밑에서 실험 또는 관측한 시행횟수를  $n$  이라 하고, 그 중에서 어떤 사건  $A$ 가 일어난 횟수를

$r_n$ 라 할 때,  $\frac{r_n}{n}$ 를 사건  $A$ 가 일어날 상대도수라 하며, 여기서  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{r_n}{n} = p$ 일 때, 이  $p$ 의 값을 사건

$A$ 가 일어날 통계적 확률이라고 한다.

(예 : 일기예보, 야구 선수의 타율, 사망률 또는 옷을 하나 던질 때 엷어질 확률 등에 통계적 확률이 이용된다.)

필수예제  
01

주머니 속에 숫자 1, 2, 3이 적혀 있는 카드가 각각 2개, 5개,  $n$ 개 들어 있다. 이 주머니에서 한 개의 카드를 꺼내어 숫자를 확인하고 다시 넣는 시행을 3000번 하였더니 숫자 2가 적혀 있는 카드가 1500번 나왔다. 이때,  $n$ 의 값을 구하시오.

## 03 여사건과 확률의 덧셈정리



### 1 여사건의 확률

- 사건  $A$ 가 있을 때,  $A$ 가 일어나지 않는 사건을  $A$ 의 여사건이라 하며  $A^c$ 으로 나타내고, 확률  $P(A)$ 와  $P(A^c)$  사이에는  $P(A) + P(A^c) = 1$
- ‘적어도 ~일 확률’을 구하는 문제는 대체로 여사건의 확률을 이용하여 계산한다.

**필수예제 01** 흰 공이 2개, 검은 공이 8개 들어있는 주머니에서 두 개의 공을 동시에 꺼낼 때, 적어도 한 개가 흰 공일 확률을 구하시오.

3점 교육청 기출

**필수예제 02** 서로 다른 두 주사위를 던져서 두 눈의 곱이 짝수가 나올 확률을 구하시오.

### 2 확률의 덧셈정리

- 두 사건  $A, B$ 에 대하여  $A, B$  중 적어도 하나가 일어나는 사건  $A \cup B$ 를 합사건이라 하고 다음과 같이 계산한다.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

- 두 사건  $A, B$ 에 대하여  $A \cap B = \phi$ 일 때,  $A, B$ 는 서로 배반사건이라 하면,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

**필수예제 01** 주머니 속에 크기가 같은 검은 공 3개와 흰 공 5개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 2개의 공을 꺼낼 때, 서로 같은 색의 공이 나올 확률을 구하시오.

**필수예제 02** 서로 다른 두 주사위를 던져 두 눈의 합이 2의 배수거나 3의 배수일 확률을 구하시오.

1 STEP2 1번

다음 표는 어느 지역의 휴대전화 이용자를 대상으로 사용하는 휴대전화의 제조사를 조사한 것이다.

제조사	A 사	B 사	C 사
사용자 수 (명)	272	160	82

이 지역의 휴대전화 이용자 중 임의로 택한 한 사람이 B사의 휴대전화를 사용할 확률을 구하시오.

(단, 한 사람이 한 대의 휴대전화만 사용한다.)

2 STEP2 2번

1부터 20까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 20 개의 구슬 중에서 임의로 한 개의 구슬을 뽑을 때, 3의 배수 또는 4의 배수가 적힌 구슬이 나올 확률을 구하시오.

3 STEP2 3번

집합  $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$ 에서 임의로 6개의 원소를 택할 때, 두 번째로 작은 수가 3일 확률은?

- ①  $\frac{1}{60}$    ②  $\frac{1}{6}$    ③  $\frac{1}{3}$    ④  $\frac{1}{2}$    ⑤  $\frac{3}{5}$

4 STEP2 2번

5 개의 문자 H, O, U, S, E를 일렬로 나열할 때, O가 맨 앞에 오거나 맨 뒤에 올 확률을 구하시오.

5 STEP2 5번, 6번

서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 두 눈의 수의 합이 8일 확률을 구하시오.

6 STEP2 7번

10개의 제비 중에 당첨 제비가 3개 들어 있다. 이 중에서 3개의 제비를 동시에 뽑을 때, 2개만 당첨될 확률은?

- ①  $\frac{3}{20}$    ②  $\frac{7}{40}$    ③  $\frac{1}{5}$    ④  $\frac{9}{40}$    ⑤  $\frac{1}{4}$

**7** STEP2 8번

나이가 서로 다른 네 사람이 있다. 이들을 일렬로 세울 때, 앞에서 두 번째에 서 있는 사람이 자신과 이웃한 두 사람보다 나이가 적을 확률을 구하시오.

**8** STEP2 9번

집합  $X = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여  $X$ 에서  $X$ 로의 함수  $f$ 를 만들 때, 이 함수가  $f(1) + f(2) + f(3) = 8$ 을 만족시킬 확률을 구하시오.

**9** STEP2 10번

서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던지는 시행에서 나오는 두 눈의 수의 차가 4 이상일 확률은?

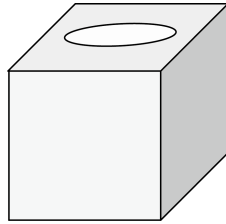
- ①  $\frac{5}{12}$     ②  $\frac{1}{3}$     ③  $\frac{1}{4}$     ④  $\frac{1}{6}$     ⑤  $\frac{1}{12}$

**10** STEP2 11번

*promise*에 있는 7개의 문자를 일렬로 나열할 때, 모음끼리 이웃하지 않을 확률을 구하시오.

## 01

오른쪽 그림과 같은 상자 속에 흰 공과 검은 공을 합쳐서 10개를 넣고 흔든 후에 뒤집어서 공을 쏟아 부었을 때, 처음으로 나오는 3개의 공의 색깔을 확인하고 모두 다시 넣는 시행을 반복하였다. 이 때, 6번에 한 번꼴로 3개 모두 흰 공이었다면 이 상자 속에 들어있는 흰 공의 개수는?



- ① 3개      ② 4개      ③ 5개      ④ 6개      ⑤ 7개

## 02

$A, B, C, D, E$  5명이 일렬로 줄을 설 때, 맨 앞에서  $A$ 가 두 번째 서있거나  $C$ 가 다섯 번째에 서 있을 확률은?

- ①  $\frac{1}{5}$       ②  $\frac{1}{4}$       ③  $\frac{3}{10}$       ④  $\frac{7}{20}$       ⑤  $\frac{2}{5}$

## 03

1 부터 9 까지의 자연수 중에서 서로 다른 6 개를 임의로 선택하여 작은 것부터 큰 것 순으로 차례로 나열하여

$$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6 \quad (X_1 < X_2 \cdots < X_6)$$

라 할 때,  $X_3 = 5$  일 확률은?

- ①  $\frac{1}{7}$       ②  $\frac{4}{11}$       ③  $\frac{2}{7}$       ④  $\frac{3}{7}$       ⑤  $\frac{5}{12}$

## 04

## 평가원 기출

네 학생  $A, B, C, D$ 가 각각 자신의 수학 교과서를 한 권씩 꺼내어 4 권을 섞어 놓고, 한 권씩 임의로 선택하기로 하였다.  $D$ 가 먼저  $A$ 의 교과서를 선택하였을 때, 나머지 세 학생이 아무도 자신의 교과서를 선택하지 못할

확률은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $10(p+q)$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인자연수이다.)

# 05

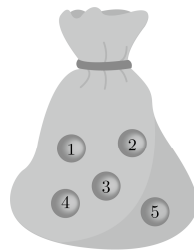
## 수능 기출

각 면에 1, 1, 1, 2, 2, 3의 숫자가 하나씩 적혀있는 정육면체 모양의 상자를 던져 윗면에 적힌 수를 읽기로 한다. 이 상자를 3번 던질 때, 첫 번째와 두 번째 나온 수의 합이 4이고 세 번째 나온 수가 홀수일 확률은?

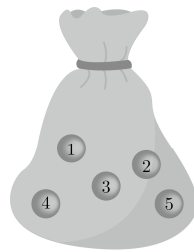
- ①  $\frac{5}{27}$       ②  $\frac{11}{54}$       ③  $\frac{2}{9}$       ④  $\frac{13}{54}$       ⑤  $\frac{7}{27}$

# 06

그림과 같이 주머니 A와 B에는 1, 2, 3, 4, 5의 숫자가 하나씩 적혀 있는 다섯 개의 구슬이 각각 들어있다. 주머니 A에서 한 개의 구슬을 꺼내어 주머니 B에 넣고 잘 섞은 다음 주머니 B에서 한 개의 구슬을 꺼내어 주머니 A에 넣었을 때, 주머니 A 안에 들어있는 구슬에 적힌 모든 숫자의 합이 짝수일 확률은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $pq$ 의 값을 구하시오. (단,  $p, q$ 는 서로소인 자연수이다.)



[주머니 A]



[주머니 B]

## 07

크기와 모양이 같은 5개의 사탕을 네 사람  $A, B, C, D$ 에게 나누어 줄 때, 두 사람만 사탕을 받을 확률은?

- ①  $\frac{1}{7}$       ②  $\frac{2}{7}$       ③  $\frac{3}{7}$       ④  $\frac{4}{7}$       ⑤  $\frac{5}{7}$

## 08

주사위를 일곱 번 던져 나오는 눈의 수를 차례로 나열하여 일곱 자리의 정수  $abcdefg$ 를 만들 때, 1235321, 1145411과 같이 천의 자리의 숫자  $d$ 를 기준으로 나머지 자릿수가 좌우 대칭이 되고, 일의 자리의 숫자에서 천의 자리의 숫자로 갈수록 숫자가 같거나 크게 될 확률은  $\frac{p}{6^7}$ 이다. 이때, 자연수  $p$ 의 값은?

- ① 110      ② 120      ③ 122      ④ 124      ⑤ 126

## 09

집합  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  에서  $A$  로의 함수  $f$  는 다음 두 조건을 만족한다.

- (가) 함수값의 총합은 10 이다.  
(나)  $f(5) = 2$

이 함수  $f$  중에서 임의로 1 개의 함수를 선택할 때, 치역의 원소의 개수가 2 이상일 확률은?

- ①  $\frac{6}{7}$       ②  $\frac{31}{35}$       ③  $\frac{32}{35}$       ④  $\frac{33}{35}$       ⑤  $\frac{34}{35}$

## 10

주머니 안에 1부터 8까지의 숫자가 하나씩 적혀있는 8개의 구슬이 들어있다. 이 주머니에서 구슬 2개를 동시에 꺼낼 때, 두 구슬에 적힌 숫자의 합이 7 이상이 될 확률은?

- ①  $\frac{1}{2}$       ②  $\frac{4}{7}$       ③  $\frac{9}{14}$       ④  $\frac{5}{7}$       ⑤  $\frac{11}{14}$

## 11

A학교에서는 어느 해의 1월부터 12월까지의 열두 달에서 임의로 3개의 달을 택하여 자연 보호 활동을 하기로 하였다. 세 달 중에서 어느 두 달도 연속되지 않을 확률은?

- ①  $\frac{1}{4}$       ②  $\frac{1}{2}$       ③  $\frac{6}{11}$       ④  $\frac{3}{4}$       ⑤  $\frac{4}{5}$

## 12

두 프로 야구팀 A, B가 7전 4선승제의 한국 시리즈에 진출하였다. 두 팀이 이길 확률은 서로 같고, 현재 A팀이 2승 1패로 앞서 가고 있을 때, A팀이 우승할 확률과 B팀이 우승할 확률의 비는  $\square : 5$ 이다.  $\square$ 안에 알맞은 수를 구하시오.