

Q 알아야 하는 교과내용

01 기본적인 원의 방정식

축에 접하는 원의 방정식을 효율적으로 식을 세울 수 있어야 하며 원과 원의 위치관계, 원과 직선의 위치관계를 규명할 수 있어야 한다.  
또한 원에 접하는 접선의 방정식을 원 위의 점, 주어진 기울기, 주어진 밖의 점을 활용하여 구할 수 있어야 한다.

02 새로운 개념

밖의 점에서 접선을 그었을 때, 접하는 두 점을 지나는 극선의 방정식을 이해하고 구할 수 있어야 하며, 원의 접선이 수직으로 만났을 때의 조건, 중학교때 배웠던 피타고라스의 정리를 활용하여 접점의 좌표, 반지름, 접선의 좌표의 관계를 규명하여 사용할 수 있어야 한다.

1 기본 패턴

▶ 축 ~ 접

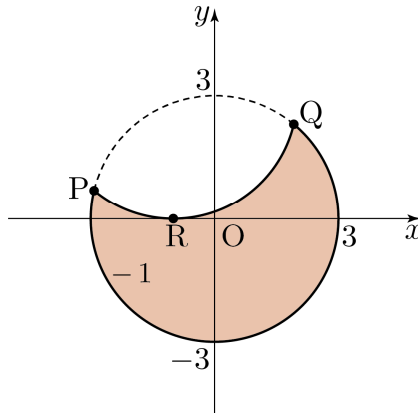
1등급 유제1

$x$ 축,  $y$ 축에 동시에 접하는 원  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 이 점  $(-1, 2)$ 를 지날 때, 상수  $a, b, c$ 에 대하여  $a + b + c$ 의 값은? (단, 원의 반지름의 길이는 1보다 크다.)

- ① 5                      ② 10                      ③ 15                      ④ 20                      ⑤ 25

01

그림과 같이 좌표평면 위에 반지름의 길이가 3인 원 모양의 색종이를 중심이 원점에 오도록 올려놓았다. 제2사분면 위의 점 P와 제1사분면 위의 점 Q에 대하여 현 PQ를 접는 선으로 하여 접었더니 접힌 부분이  $x$ 축과 점 R에서 접하였다. 점 R가 원의 지름을 1:2로 내분할 때, 세 점 P, Q, R를 지나는 원의 방정식을 구하시오. (단, 점 R의  $x$ 좌표는 음수이다.)



도형의 방정식

진행과 명제

풀이

### 3 새로운 개념

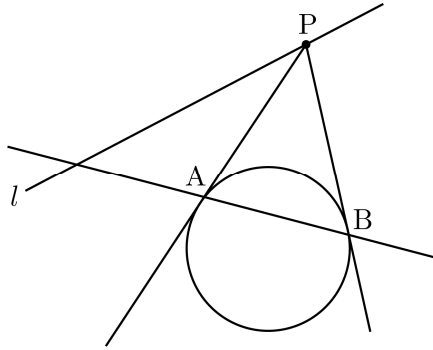
▶ 극선

## 1등급 유제1

점  $P(4, 2)$ 에서 원  $x^2 + y^2 = 1$ 에 그은 접선의 두 접점을 지나는 직선의 방정식을 구하시오.

18

직선  $l$ 은 반지름의 길이가 1인 원의 중심에서 2만큼 떨어져 있다. 직선  $l$  위의 임의의 한 점  $P$ 에서 이 원에 두 접선을 그을 때, 두 접점  $A, B$ 를 지나고 직선  $l$ 을 가르는 직선은 점  $P$ 의 위치에 관계없이 한 점  $Q$ 를 지난다. 이때, 원의 중심과 점  $Q$  사이의 거리를 구하시오.



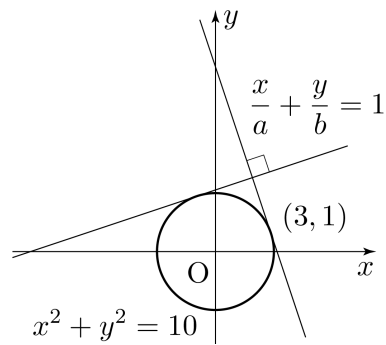
▶ 준원

## 1등급 유제2

점  $(3, -1)$ 에서 원  $x^2 + y^2 = 5$ 에 그은 두 접선의 기울기를 각각  $m_1, m_2$ 라 할 때,  $m_1 m_2$ 의 값을 구하시오.

19

그림과 같이 원  $x^2 + y^2 = 10$  위의 점  $(3, 1)$ 에서의 접선과 수직이고, 이 원과 제 2사분면에서 접하는 직선의 방정식을  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ 이라 할 때, 상수  $a, b$ 에 대하여  $a+b$ 의 값은?



①  $-\frac{23}{3}$

②  $-\frac{20}{3}$

③  $-\frac{17}{3}$

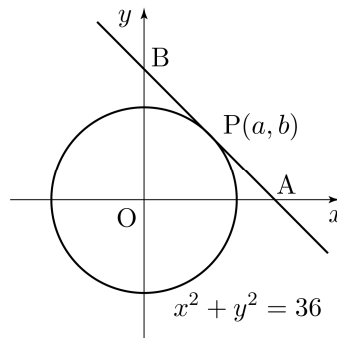
④  $-\frac{14}{3}$

⑤  $-\frac{11}{3}$

▶ 접반절

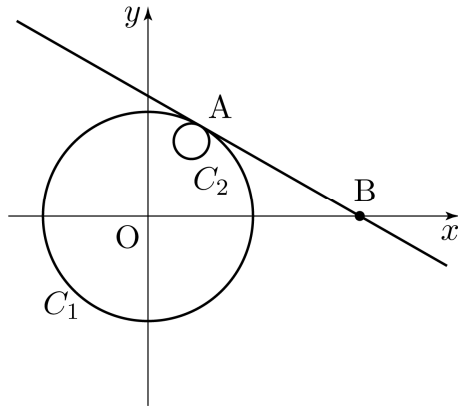
1등급 유제

그림과 같이 원  $x^2 + y^2 = 36$  위의 점  $P(a, b)$ 에서의 접선과  $x$ 축,  $y$ 축의 교점을 각각 A, B라 하면  $\overline{AB} = 12$ 이다. 이때  $ab$ 의 값을 구하시오. (단, 점 P는 제 1사분면 위의 점이다.)



## 20

두 원  $C_1: x^2 + y^2 = 25$ ,  $C_2: (x-2)^2 + (y-a)^2 = 1$ 에 대하여 오른쪽 그림과 같이 원  $C_2$ 가 원  $C_1$ 에 내접하고 있다. 원점을  $O$ . 내접하는 점을  $A$ , 공통접선이  $x$ 축과 만나는 점을  $B$ 라 할 때, 삼각형  $OAB$ 의 넓이를 구하시오. (단,  $a$ 는 양의 실수이다.)



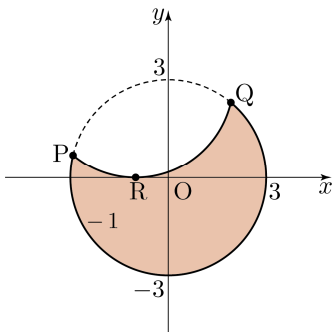
01 Check ○○○

$x$  축,  $y$  축에 동시에 접하는  
원  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 이 점  $(-1, 2)$ 를 지날 때,  
상수  $a, b, c$ 에 대하여  $a+b+c$ 의 값은?  
(단, 원의 반지름의 길이는 1보다 크다.)

- ① 5                      ② 10                      ③ 15  
④ 20                      ⑤ 25

02 Check ○○○

그림과 같이 좌표평면 위에 반지름의 길이가 3인 원  
모양의 색종이를 중심이 원점에 오도록 올려 놓았다.  
제2사분면 위의 점 P와 제1사분면 위의 점 Q에  
대하여 현 PQ를 접는 선으로 하여 접었더니 접힌  
부분이  $x$  축과 점 R에서 접하였다. 점 R가 원의 지름을  
1:2로 내분할 때, 세 점 P, Q, R를 지나는 원의  
방정식을 구하시오. (단, 점 R의  $x$ 좌표는 음수이다.)



03 Check ○○○

두 점  $O(0, 0)$ ,  $A(5, 0)$ 에 대하여  $\overline{OB} : \overline{AB} = 3 : 2$ 인  
점을 B라 할 때, 삼각형 OAB의 넓이의 최댓값을  
구하시오.

04 Check ○○○

두 점  $A(-1, 0)$ ,  $B(2, 0)$ 으로부터의 거리의 비가  
2 : 1인 점을 P라 할 때, 옳은 것만을 보기에서 있는  
대로 고른 것은?

보기

- ㄱ. 점 P가 나타내는 도형의 길이는  $4\pi$ 이다.  
ㄴ. 삼각형 PAB의 넓이의 최댓값은 3이다.  
ㄷ.  $\angle PAB$ 의 크기가 최대일 때  $\overline{AP}$ 의 길이는  
 $2\sqrt{5}$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄷ  
④ ㄱ, ㄴ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

### 05 Check ○○○

두 원  $x^2+y^2=4$ ,  $(x-4)^2+(y+2)^2=26$ 의 교점과 점  $(5, 0)$ 을 지나는 원의 넓이는?

- ①  $10\pi$                       ②  $11\pi$                       ③  $12\pi$
- ④  $13\pi$                       ⑤  $14\pi$

### 06 Check ○○○

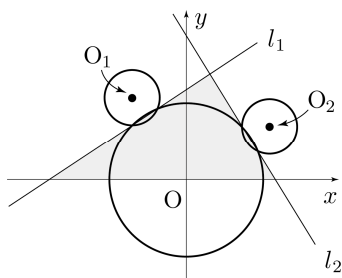
그림의 세 원

$$O : x^2+y^2-8=0,$$

$$O_1 : x^2+y^2+4x-6y+12=0,$$

$$O_2 : x^2+y^2-6x-4y+12=0$$

에 대하여 두 원  $O$ ,  $O_1$ 의 두 교점을 지나는 직선을  $l_1$ 이라 하고, 두 원  $O$ ,  $O_2$ 의 두 교점을 지나는 직선을  $l_2$ 라 하자. 두 직선  $l_1$ ,  $l_2$ 와  $x$ 축으로 둘러싸인 부분의 넓이가  $\frac{a^2}{39}$ 일 때, 자연수  $a$ 의 값을 구하시오.

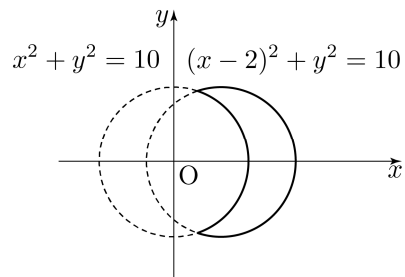


### 07 Check ○○○

원  $x^2+y^2+2y-1=0$ 과 직선  $2x-y-2=0$ 의 두 교점을 지나고,  $x$ 축에 접하는 원의 지름의 길이를 구하시오.

### 08 Check ○○○

다음 그림은 좌표평면 위의 두 원  $x^2+y^2=10$ 과  $(x-2)^2+y^2=10$ 의 일부분을 실선으로 그려 초승달 모양의 도형을 나타낸 것이다. 점  $(0, -10)$ 을 지나고 기울기가  $m$ 인 직선이 초승달 모양의 도형과 서로 다른 네 점에서 만나도록 하는 실수  $m$ 의 값의 범위가  $a < m < b$ 일 때,  $b-a$ 의 값은?



- ① 1                              ② 2                              ③ 3
- ④ 4                              ⑤ 5