CAHPTER 3

# 미분계수와 접선

## 알아야 하는 교과내용

**01 미분계수의 기하학적 해석**

미분계수를 대수적으로 구할 수 있고 더 나아가서 그래프에서의 접선의 기울기라는 것을 인지하고 기하학적으로 접근할 수 있어야 한다.

이차함수, 삼차함수에서 이미 정해진 평균변화율과 순간변화율의 성질을 활용하여 미분하지 않고 문제를 해결할 수 있어야 한다.

**02 미분가능성과 접선의 성질과 개수**

미분가능성의 정의에 입각하여 다양한 미분가능성을 해결할 수 있어야 하며 극한을 활용한 대칭미분의 개념을 이해할 수 있어야 한다.

이미 패턴이 접해져 있는 접선의 성질을 숙지하고 점의 위치에 따른 접선의 개수를 기억하고 적용할 수 있어야 한다.

## 1 미분계수

▶ 대수적 해석

### 1 1등급 유제1

두 다항함수 $f(x), g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $g'(0)$의 값을 구하시오.

(가) $f(0)=1, g(0)=4, f'(0)=-6$

(나) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{f(x)g(x)-4}{x}=0$

## 01

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여

$$\lim_{x \to 1} \frac{f(x+2)-6}{x-1}=2, \quad \lim_{x \to -1} \frac{f(x+4)g(x+4)-12}{x+1}=8$$

일 때, $g'(3)$의 값을 구하시오.

## 02

두 다항함수 $f_1(x)$, $f_2(x)$가 다음 세 조건을 만족할 때, 상수 $k$의 값을 구하시오.

(가) $f_1(0)=0$, $f_2(0)=0$

(나) $f_i{}'(0)=\lim_{x \to 0} \frac{f_i(x)+2kx}{f_i(x)+kx}$ (단, $i=1$, $2$)

(다) 두 함수 $y=f_1(x)$, $y=f_2(x)$의 그래프의 원점에서의 접선이 서로 수직으로 만난다.

▶ 대칭미분

## 1등급 유제2

보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보 기

ㄱ. $\lim_{h\to0}\dfrac{f(1+h)-f(1)}{h}=0$이면 $\lim_{x\to1}f(x)=f(1)$이다.

ㄴ. $\lim_{h\to0}\dfrac{f(1+h)-f(1)}{h}=0$이면 $\lim_{h\to0}\dfrac{f(1+h)-f(1-h)}{2h}=0$이다.

ㄷ. $f(x)=|x-1|$일 때, $\lim_{h\to0}\dfrac{f(1+h)-f(1-h)}{2h}=0$이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

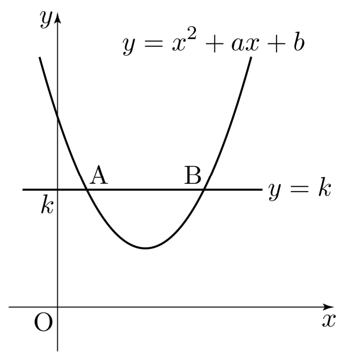
## 3 접선의 성질

▶ 이차함수의 접선의 성질



### 1등급 유제1

그림과 같이 이차함수 $y=x^2+ax+b$의 그래프와 직선 $y=k$가 두 점 A, B에서 만난다. $\overline{\mathrm{AB}}=2$일 때, 점 A에서의 접선의 기울기는? (단, $a$, $b$는 상수이다.)




① $-3$ ② $-2$ ③ $-1$ ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{3}$

## 23

곡선 $y=\frac{1}{4}x^2$ 위의 점 $(2,\ 1)$에서의 접선을 $l$이라 하고, 직선 $l$이 직선 $y=-2$와 만나는 점을 P라 하자. 점 P에서 곡선 $y=\frac{1}{4}x^2$에 그은 접선 중에서 직선 $l$이 아닌 직선을 $m$이라 할 때, 직선 $m$의 기울기를 구하여라.

# 미분계수와 접선

## 01

두 다항함수 $f(x), g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $g'(0)$의 값을 구하시오.

(가) $f(0)=1, g(0)=4, f'(0)=-6$

(나) $\lim_{x \to 0} \frac{f(x)g(x)-4}{x}=0$

## 02 Check ○○○

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여

$$\lim_{x \to 1} \frac{f(x+2)-6}{x-1}=2,$$

$$\lim_{x \to -1} \frac{f(x+4)g(x+4)-12}{x+1}=8$$

일 때, $g'(3)$의 값을 구하시오.

## 03 Check ○○○

두 다항함수 $f_1(x)$, $f_2(x)$가 다음 세 조건을 만족할 때, 상수 $k$의 값을 구하시오.

(가) $f_1(0)=0$, $f_2(0)=0$

(나) $f_i'(0)=\lim_{x \to 0} \frac{f_i(x)+2kx}{f_i(x)+kx}$ (단, $i=1$, $2$)

(다) 두 함수 $y=f_1(x)$, $y=f_2(x)$의 그래프의 원점에서의 접선이 서로 수직으로 만난다.

## 04 Check ○○○

함수 $f(x)=x^2+2x$에 대하여 $x$의 값이 1에서 3까지 변할 때의 평균변화율과 $x=c$에서의 순간변화율이 같을 때, 상수 $c$의 값을 구하시오.

## 05 Check ○○○

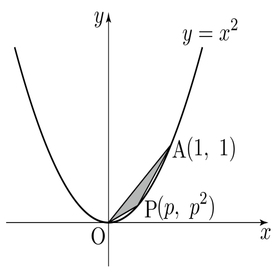
함수 $f(x)=2x^2$에 대하여

$$f(a+h)-f(a)=hf'(a+\theta h)\ (0<\theta<1)$$

를 만족시키는 $\theta$의 값은? (단, $h>0$)

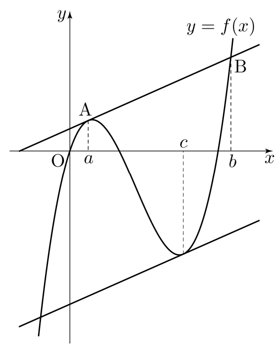
## 06 Check ○○○

그림과 같은 곡선 $y=x^2$ 위에 두 점 $\mathrm{A}(1,\ 1)$, $\mathrm{P}(p,\ p^2)$이 있다. $0<p<1$일 때, 원점 O와 두 점 A, P를 꼭짓점으로 하는 △AOP의 최대 넓이는?




## 07 Check ○○○

최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $y=f(x)$의 그래프 위의 한 점 $\mathrm{A}(a,\ f(a))$에서의 접선이 이 곡선과 만나는 점을 $\mathrm{B}(b,\ f(b))$라 하자. 함수 $f(x)$의 구간 $[a,\ b]$에서 평균변화율과 $x=c$에서의 미분계수가 서로 같을 때, $\dfrac{c-a}{b-c}$의 값은? (단, $a<c<b$)




## 08 Check ○○○

함수 $f(x)=x^3-5x$에 대하여 곡선 $y=f(x)$위의 점 $\mathrm{A}(1,\ -4)$에서 접선이 점 A와 다른 점 $\mathrm{B}(b,\ f(b))$에서 곡선과 만난다. 곡선 위의 점 $\mathrm{P}(a,\ f(a))$에 대하여 삼각형 ABP 넓이의 최댓값을 구하시오. (단, $b<a<1$)

## 23 Check ○○○

$x=1$에서 미분가능하지 않은 함수인 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

보 기

ㄱ. $f(x)=|x|-1$

ㄴ. $g(x)=|x-1|$

ㄷ. $k(x)=|x^2-x|$

## 24 Check ○○○

함수 $f(x)$가 $x=0$에서 연속이지만 미분가능하지 않을 때, 보기의 함수 중에서 $x=0$에서 미분가능한 것만을 있는 대로 고른 것은?

보 기

ㄱ. $F(x)=x^2 f(x)$

ㄴ. $G(x)=\dfrac{1}{x^{2020}f(x)-1}$

ㄷ. $H(x)=|x-1|f(x)$

## 25 Check ○○○

보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보 기

ㄱ. $\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(1+h)-f(1)}{h}=0$이면 $\lim\limits_{x\to1}f(x)=f(1)$이다.

ㄴ. $\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(1+h)-f(1)}{h}=0$이면 $\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(1+h)-f(1-h)}{2h}=0$이다.

ㄷ. $f(x)=|x-1|$일 때, $\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(1+h)-f(1-h)}{2h}=0$이다.

## 26 Check ○○○

함수 $f(x)=x^2-4x$에 대하여 $g(x)=f(|x|)$라 할 때, 임의의 실수 $t$에 대하여 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보 기

ㄱ. $\lim\limits_{x\to t}g(x)=g(t)$

ㄴ. $\lim\limits_{h\to0}\dfrac{g(t+h)-g(t)}{h}=f'(|t|)$

ㄷ. $\lim\limits_{h\to0}\dfrac{g(t+h)-g(t-h)}{2h}$의 값이 존재한다.

## 27 Check ○○○

함수 $f(x)=x^2-x$에 대하여 $g(x)=|f(x)|$라 할 때, 옳은 것만을 〈보기〉에서 있는 대로 고른 것은?

보 기

ㄱ. $\lim_{h\to0}\frac{g(h)}{h}$의 값이 존재한다.

ㄴ. $\lim_{h\to0}\frac{g(1+h^2)-g(1)}{h^2}=f'(1)$

ㄷ. $\lim_{h\to0}\frac{g(1+h)-g(1-h)}{h}=2f'(1)$

## 28 Check ○○○

모든 실수 $x$에서 정의된 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 미분가능하기 위한 필요충분조건인 것만을 〈보기〉에서 있는 대로 고른 것은?

보 기

ㄱ. $\lim_{h\to0}\frac{f(a+h^2)-f(a)}{h^2}$의 값이 존재한다.

ㄴ. $\lim_{h\to0}\frac{f(a+h^3)-f(a)}{h^3}$의 값이 존재한다.

ㄷ. $\lim_{h\to0}\frac{f(a+h)-f(a-h)}{2h}$의 값이 존재한다.

## 29 Check ○○○

함수 $f(x)=|x^2-5x+6|$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\lim_{h\to0}\frac{f(x+h)-f(x-h)}{h}$$

라 할 때, $\sum_{k=0}^{10}g(k)$의 값을 구하시오.

## 30 Check ○○○

그림과 같이 이차함수 $y=x^2+ax+b$의 그래프와 직선 $y=k$가 두 점 A, B에서 만난다. $\overline{AB}=2$일 때, 점 A에서의 접선의 기울기는? (단, $a$, $b$는 상수이다.)