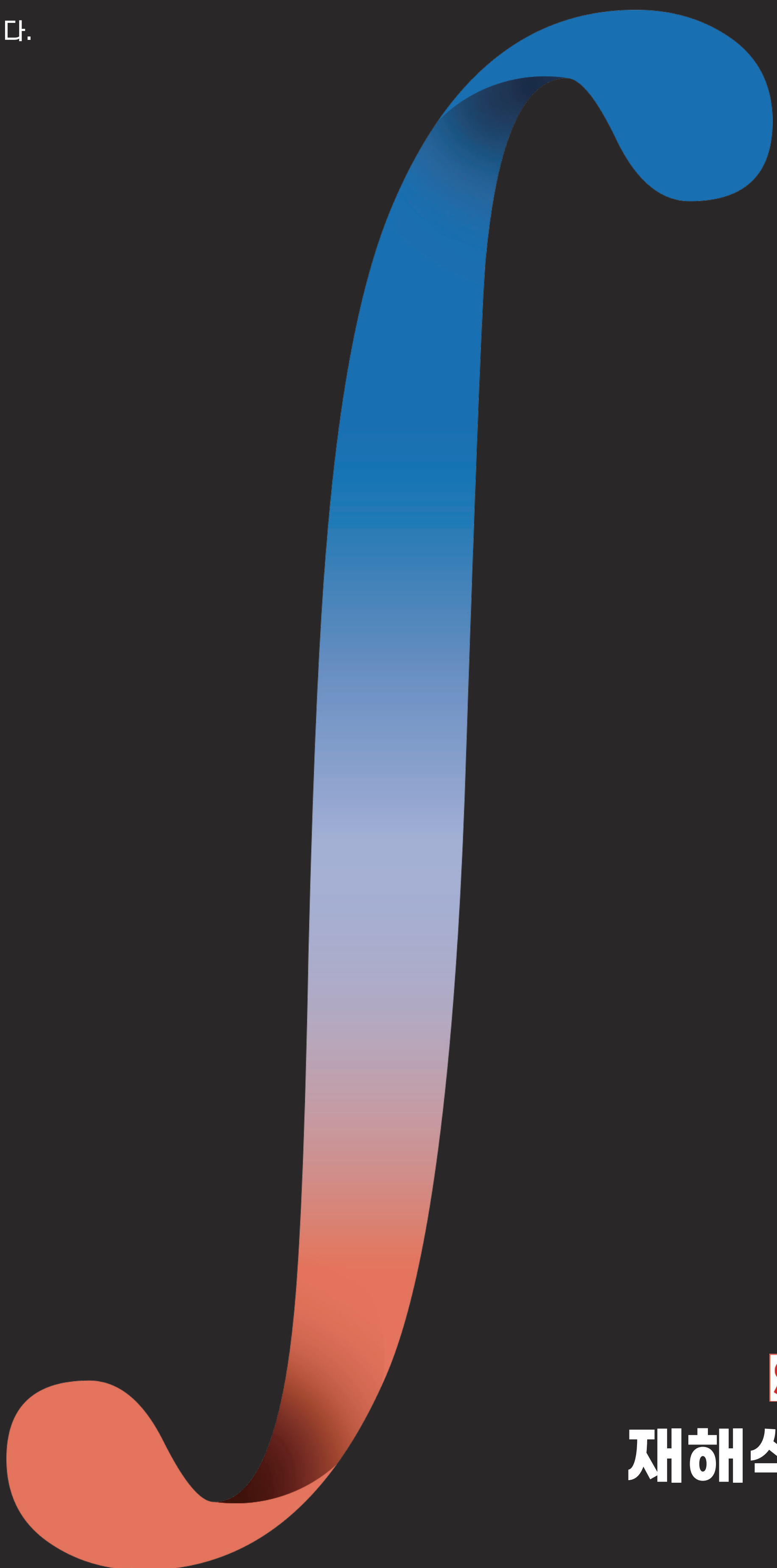
1등급을 향한 공부는

모든 것이 달라야 합니다.

2027학년도



SAMPLE

재해석의 수능

수학2

공부플렉스

이 책의 구성과 특장

01 수능형 개념 확립

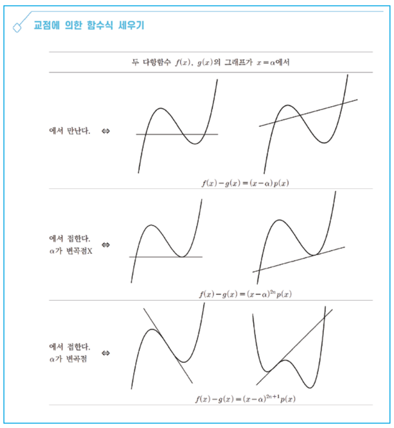
- 시중에 나와 있는 문제집들은 현 수능 수학영역의 문제를 풀기에는 적합한 개념 구성이 아닙니다.
- 교과서의 개념으로 시작하여 수능 현장에서 즉각적으로 사용 할 수 있는 개념으로 구성되어 있습니다.
- 수학의 시작인 “정의” 로 시작하여 그 정의들이 수능실전에서는 어떻게 변형되어 사용 되는지 배워야 합니다.
- 개념에서 문제를, 문제에서 개념을 완벽히 파악하여 수능에 출제되는 모든 문제에 적용 시킬 수 있어야 합니다.

02 완벽한 기출문제의 재해석

- 현 수능 수학영역 체제는 문제안에 평가원의 의도가 숨겨져 있기 때문에 정확한 분석이 필요합니다.
- 단순히 기출문제를 푸는 것에 초점을 맞추는 것이 아니라 출제된 문제가 학생의 어떤 수학적소양을 요구하는지를 파악하는 것이 가장 중요합니다.
- 이 책을 체화하여 완벽한 기출 문제의 재해석을 달성 할 수 있고 추후에 어떤 기출문제의 재출제 혹은 연계출제가 되었을 때 간단히 정복 할 수 있습니다.

03 신유형 최신기출

- 이 책은 매년 전년도 최신기출문제를 반영되어 새롭게 집필되는 교재입니다.
- 이전 기출문제도 중요하지만 항상 최근 출제되는 신유형에 초점을 맞춰야 하며 완벽한 솔루션을 만들어 언제 다시 출제되어도 맞출 수 있도록 준비해야 합니다.
- 직전년도를 포함한 최근 3개년 기출문제들이 다수 수록되어 최신경향을 느끼기 아주 적합한 교재입니다.



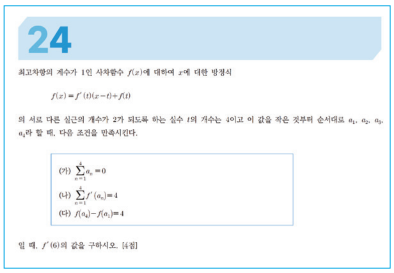
교점에 의한 함수식 세우기

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$의 그래프가 $x=\alpha$에서

에서 만난다. ⇔ $f(x)-g(x)=(x-\alpha)p(x)$

에서 접한다. α가 변곡점X ⇔ $f(x)-g(x)=(x-\alpha)^{2n}p(x)$

에서 접한다. α가 변곡점 ⇔ $f(x)-g(x)=(x-\alpha)^{2n+1}p(x)$



24

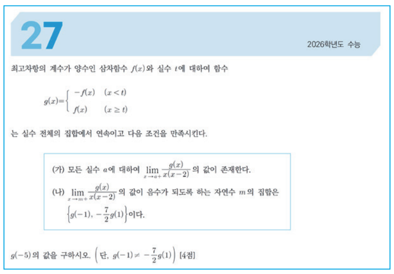
최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$에 대하여 x에 대한 방정식

$$f(x)=f'(t)(x-t)+f(t)$$

의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 실수 t의 개수는 4이고 이 값을 작은 것부터 순서대로 a_1, a_2, a_3, a_4라 할 때, 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\sum_{n=1}^{4} a_n=0$
(나) $\sum_{n=1}^{4} f'(a_n)=4$
(다) $f(a_4)-f(a_1)=4$

일 때, $f'(6)$의 값을 구하시오. [4점]



27

2026학년도 수능

최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$와 실수 t에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} -f(x) & (x<t) \\ f(x) & (x \ge t) \end{cases}$$

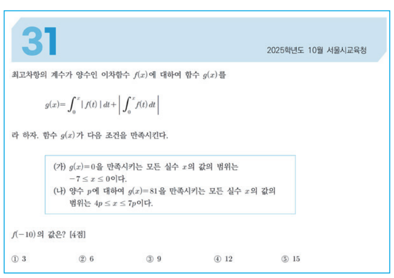
는 실수 전체의 집합에서 연속이고 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 a에 대하여 $\lim_{x \to a+} \frac{g(x)}{x(x-2)}$의 값이 존재한다.
(나) $\lim_{x \to m+} \frac{g(x)}{x(x-2)}$의 값이 음수가 되도록 하는 자연수 m의 집합은 $\left\{g(-1), -\frac{7}{2}g(1)\right\}$이다.

$g(-5)$의 값을 구하시오. $\left(단,\ g(-1) \neq -\frac{7}{2}g(1)\right)$ [4점]

04 수학적 의사소통 능력

- 교육부에서 발간한 “수학시험출제 지침”에는 학생들의 수학적인 문장, 식, 그래프를 서로 연결시킬 수 있는 “수학적 의사소통 능력”을 평가한다고 명시되어 있습니다.
- 이 책은 다양한 수학적 의사소통의 도구를 제공하고 그 도구들을 모든 학생들이 유연하게 배울 수 있도록 구성되어 있습니다.
- 시험현장에서는 이 책에서 미리 배워두었던 수학적 의사소통의 도구들을 활용하여 빠르고 정확하게 문제를 해결 할 수 있습니다.



31 2025학년도 10월 서울시교육청

최고차항의 계수가 양수인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\int_0^x |f(t)|\,dt+\left|\int_0^x f(t)\,dt\right|$$

라 하자. 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

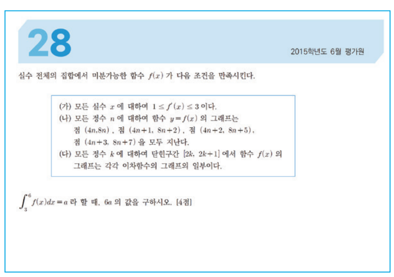
(가) $g(x)=0$을 만족시키는 모든 실수 x의 값의 범위는 $-7 \le x \le 0$이다.
(나) 양수 p에 대하여 $g(x)=81$을 만족시키는 모든 실수 x의 값의 범위는 $4p \le x \le 7p$이다.

$f(-10)$의 값은? [4점]

① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

05 수학적 문제해결력

- 수학적 문제해결능력에는 주어진 조건을 교과서적인 개념과 공식으로 해결하는 “내적 문제해결 능력”과 실생활에 사용되는 상황을 수학적인 식과 그래프로 환원하는 “외적 문제해결 능력”이 있습니다.
- 기존에 경험했던 유형을 기억속에서 더듬어 문제를 해결 하는 것이 아니라 시험 현장에서 주어진 조건에 배웠던 내용을 접목시켜 해결 할 수 있는 능력을 발휘 할 수 있어야 합니다.
- 이 책은 현 시험의 TREND에 걸맞게 내적 문제해결 능력에 초점을 맞춘 개념과 문항들이 각 단원에 배치되어 있습니다.



28 2015학년도 6월 평가원

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $1 \le f'(x) \le 3$ 이다.
(나) 모든 정수 n 에 대하여 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 점 $(4n, 8n)$, 점 $(4n+1,\ 8n+2)$, 점 $(4n+2,\ 8n+5)$, 점 $(4n+3,\ 8n+7)$ 을 모두 지난다.
(다) 모든 정수 k 에 대하여 닫힌구간 $[2k,\ 2k+1]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 그래프는 각각 이차함수의 그래프의 일부이다.

$\int_3^6 f(x)dx=a$ 라 할 때, $6a$ 의 값을 구하시오. [4점]

VICTORY!

CONTENTS

제

03

강

접선의 해석과 미분가능

CHAPTER 03

접선의 해석과 미분가능

알아야 하는 단원내용

■ 함수의 접선을 다양한 조건이 주어졌을 때 구할 수 있어야 하며, 그 식의 의미를 알아야 한다.

■ 영역에 따른 접선에 개수를 알고 계산하기 않고 접선의 개수를 파악할 수 있어야 한다.

■ 다양한 형태의 미분가능성의 문제를 해결할 수 있어야 한다.

Q 최신기출경향

2026학년도 6월 평가원

Q 최신기출경향
2026학년도 6월 평가원

곡선 $y=x^3-5x^2+6x$ 위의 점 $(3, 0)$에서의 접선이 점 $(5, a)$를 지날 때, a의 값은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

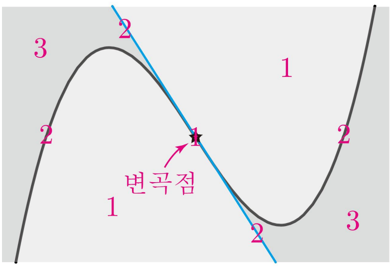
Q 최신기출경향
2026학년도 수능

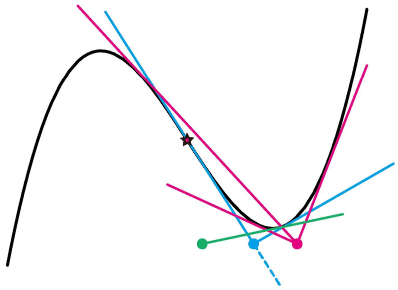
함수 $f(x)=x^2-4x-3$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(1, -6)$에서의 접선을 l이라 하고, 함수 $g(x)=\left(x^3-2x\right)f(x)$에 대하여 곡선 $y=g(x)$ 위의 점 $(1, 6)$에서의 접선을 m이라 하자. 두 직선 l, m과 y축으로 둘러싸인 도형의 넓이는? [4점]

① 21 ② 28 ③ 35 ④ 42 ⑤ 49

접선의 의미와 영역에 따른 접선의 개수

$y=f(x)$: 변곡점 1개 & 점근선 없음
예) 삼차함수





ex 01

2015학년도
10월 서울시교육청
4점

함수 $f(x)=x^3+3x^2$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 정수 a의 최댓값을 M이라 할 때, M^2의 값을 구하시오.

> (가) 점 $(-4,\ a)$를 지나고 곡선 $y=f(x)$에 접하는 직선이 세 개 있다.
> (나) 세 접선의 기울기의 곱은 음수이다.

ex 02

2021학년도
9월 평가원
4점

최고차항의 계수가 a인 이차함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$|f'(x)| \le 4x^2+5$$

를 만족시킨다. 함수 $y=f(x)$의 그래프의 대칭축이 직선 $x=1$일 때, 실수 a의 최댓값을 구하시오.

03 ex

2020학년도
9월 평가원
4점

곡선 $y=x^3-3x^2+2x-3$과 직선 $y=2x+k$가 서로 다른 두 점에서만 만나도록 하는 모든 실수 k의 값의 곱을 구하시오.

04 ex

2022학년도
5월 예비수능
4점

원점을 지나고 곡선 $y=-x^3-x^2+x$에 접하는 모든 직선의 기울기의 합을 구하시오.

미분가능

05
ex
2005년 10월
서울시교육청
4점

삼차함수 $f(x)=x^3+3x^2-9x$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x<a) \\ m-f(x) & (a \le x < b) \\ n+f(x) & (x \ge b) \end{cases}$$

로 정의한다. 함수 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 미분가능하도록 상수 a, b와 m, n 의 값을 정할 때, $m+n$ 의 값을 구하시오.

06
ex
2015년 10월
서울시교육청
4점

일차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(8)$의 값을 구하시오.

(가) $f(2)=9$
(나) 함수 $|x+1|f(x)$는 $x=-1$에서 미분가능하다.

07
ex
2011학년도
9월 평가원
4점

함수 $f(x)=-3x^4+4(a-1)x^3+6ax^2 \ (a>0)$과 실수 t에 대하여, $x \le t$에서 $f(x)$의 최댓값을 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 a의 최댓값을 구하시오.

08
ex
201학2도년
6월 평가원
4점

함수 $f(x)=x^3-3x^2-9x-1$ 과 실수 m 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (f(x) \ge mx) \\ mx & (f(x) < mx) \end{cases}$$

라 하자. $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, m 의 값을 구하시오.

09 ex

2009학년도
6월 평가원
4점

사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $\dfrac{f'(5)}{f'(3)}$ 의 값을 구하시오.

(가) 함수 $f(x)$는 $x=2$ 에서 극값을 갖는다.
(나) 함수 $|f(x)-f(1)|$은 오직 $x=a$ $(a>2)$ 에서만 미분가능하지 않다.

대칭미분

10 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것을 구하시오.

보 기

ㄱ. $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(1+h)-f(1)}{h}=0$이면 $\lim\limits_{x\to 1}f(x)=f(1)$이다.

ㄴ. $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(1+h)-f(1)}{h}=0$이면 $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(1+h)-f(1-h)}{2h}=0$이다.

ㄷ. $f(x)=|x-1|$일 때, $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(1+h)-f(1-h)}{2h}=0$이다.

11 함수 $f(x)=|x^2-5x+6|$에 대하여 함수 $g(x)$를

$g(x)=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x+h)-f(x-h)}{h}$라 할 때, $\sum\limits_{k=0}^{10}g(k)$의 값을 구하시오.

Chapter 03 접선의 해석과 미분가능

01

2019학년도 수능

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 -1인 이차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(0,\ 0)$에서의 접선과 곡선 $y=g(x)$ 위의 점 $(2,\ 0)$에서의 접선은 모두 x축이다.
(나) 점 $(2,\ 0)$에서 곡선 $y=f(x)$에 그은 접선의 개수는 2이다.
(다) 방정식 $f(x)=g(x)$는 오직 하나의 실근을 가진다.

$x > 0$인 모든 실수 x에 대하여

$$g(x) \le kx-2 \le f(x)$$

를 만족시키는 실수 k의 최댓값과 최솟값을 각각 α, β라 할 때, $\alpha-\beta=a+b\sqrt{2}$이다. a^2+b^2의 값을 구하시오.
(단, a, b는 유리수이다.) [4점]

02

2019년 7월 인천시교육청

좌표평면 위의 점 $(0,\ t)$를 지나고 곡선

$$y = x^3 - ax^2 + 3x - 5 \quad (\,a\text{는 자연수}\,)$$

에 접하는 서로 다른 모든 직선의 개수를 $f(t)$라 할 때, 함수 $f(t)$에 대하여 합성함수 $g(t) = (f \circ f)(t)$라 하자. 다음 조건을 만족시키는 a의 최솟값을 m이라 할 때, $m + g(m)$의 값은? [4점]

> (가) 모든 실수 t에 대하여 $g(t) > 1$이다.
> (나) 함수 $g(t)$의 치역의 원소의 개수는 1이다.

① 4　　② 6　　③ 8　　④ 10　　⑤ 12

03

2018년 10월 서울시교육청

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 실수 t가 다음 조건을 만족시킨다.

> 등식 $f(a)+1=f'(a)(a-t)$를 만족시키는 실수 a의 값이
> 6하나뿐이기 위한 필요충분조건은 $-2<t<k$이다.

$f(8)$의 값을 구하시오. (단, k는 -2보다 큰 상수이다.) [4점]

04

2023년 10월 서울시교육청

삼차함수 $f(x)$에 대하여 구간 $(0, \infty)$에서 정의된 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} x^3-8x^2+16x & (0 < x \le 4) \\ f(x) & (x > 4) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $g(x)$가 구간 $(0, \infty)$에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시킬 때, $g(10)=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

(가) $g\left(\frac{21}{2}\right)=0$

(나) 점 $(-2, 0)$에서 곡선 $y=g(x)$에 그은 기울기가 0이 아닌 접선이 오직 하나 존재한다.

05

2014학년도 수능

좌표평면에서 삼차함수 $f(x)=x^3+ax^2+bx$와 실수 t에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t,\ f(t))$에서 접선이 y축과 만나는 점을 P라 할 때, 원점에서 P까지의 거리를 $g(t)$라 하자. 함수 $f(x)$와 함수 $g(t)$는 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f(1)=2$
> (나) 함수 $g(t)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

$f(3)$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [4점]

① 21　② 24　③ 27　④ 30　⑤ 33

06

2019학년도 경찰대

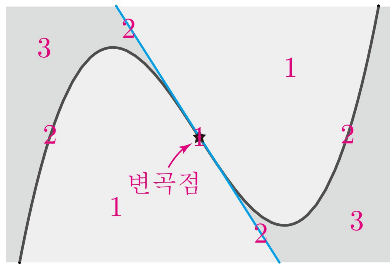
다항함수 $g(x)$와 자연수 k에 대하여 함수 $f(x)$가 다음과 같다.

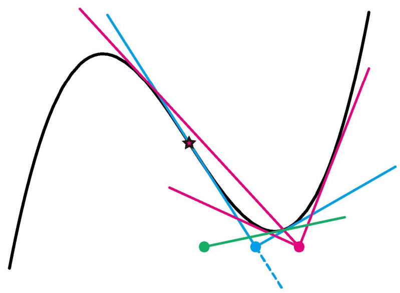
$$f(x)=\begin{cases} x+1 & (x \le 0) \\ g(x) & (0<x<2) \\ k(x-2)+1 & (x \ge 2) \end{cases}$$

함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 미분가능하도록 하는 가장 낮은 차수의 다항함수 $g(x)$에 대하여 $\frac{1}{4}<g(1)<\frac{3}{4}$일 때, k의 값을 구하시오. [4점]

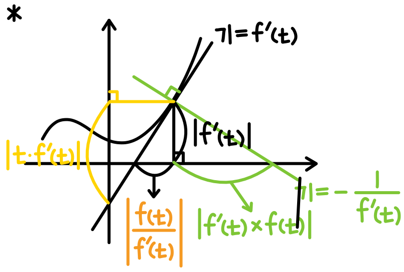
접선의 의미와 영역에 따른 접선의 개수

$y=f(x)$: 변곡점 1개 & 점근선 없음
예) 삼차함수



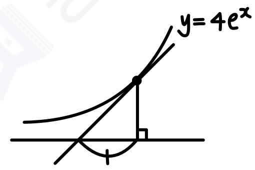


*

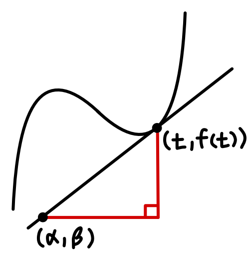


y=f(x) (t, f(t)) 접선 ~ x절편

$t-\left|\dfrac{f(t)}{f'(t)}\right|$

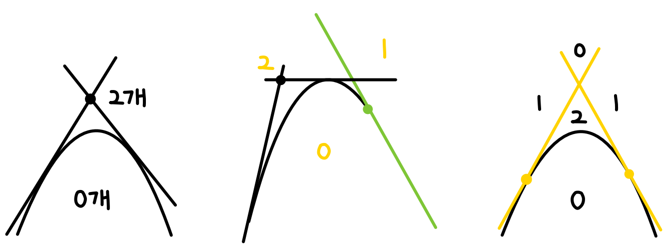


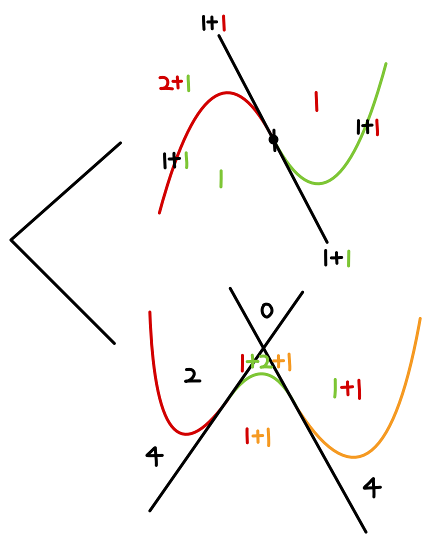
*



$\text{기}=f'(t)=\dfrac{f(t)-\beta}{t-\alpha}$

*



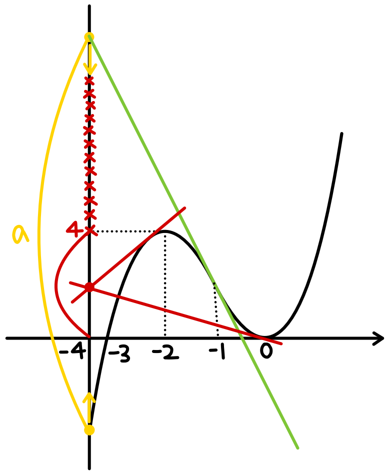


01 ex

2015학년도
10월 서울시교육청
4점

함수 $f(x)=x^3+3x^2$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 정수 a의 최댓값을 M이라 할 때, M^2의 값을 구하시오.

> (가) 점 $(-4,\ a)$를 지나고 곡선 $y=f(x)$에 접하는 직선이 세 개 있다.
> (나) 세 접선의 기울기의 곱은 음수이다.



$0<a<4$

02 ex

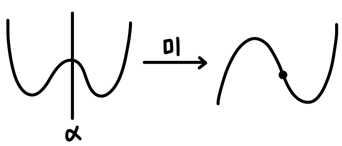
2021학년도
9월 평가원
4점

최고차항의 계수가 a인 이차함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$|f'(x)| \le 4x^2+5$$

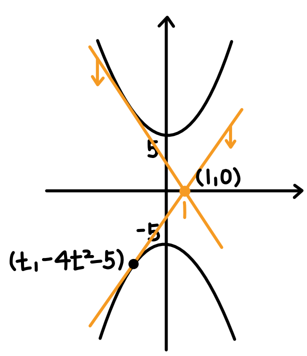
를 만족시킨다. 함수 $y=f(x)$의 그래프의 대칭축이 직선 $x=1$일 때, 실수 a의 최댓값을 구하시오.

$f(x) \xrightarrow{\text{미}} f'(x)$
$x=\alpha$ 대칭 $\quad (\alpha, 0)$ 대칭
선



$f(x)=a(x-1)^2 \sim \xrightarrow{\text{미}} f'(x)=2a(x-1)$
$x=1$ 대칭 $\quad (1,0)$ 대칭

$-4x^2-5 \le f'(x) \le 4x^2+5$



$\dfrac{-4t^2-5-0}{t-1} = (-4x^2-5)'\Big|_{x=t}$
$= -8t = 4 = 2a$

$t=-\frac{1}{2}, \cancel{\frac{3}{2}}$

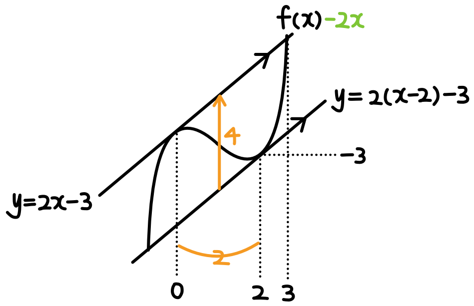
03 ex

2020학년도
9월 평가원
4점

곡선 $y=x^3-3x^2+2x-3$과 직선 $y=2x+k$가 서로 다른 두 점에서만 만나도록 하는 모든 실수 k의 값의 곱을 구하시오.

$f(x)-(2x-3)=x^2(x-3)$

$\Rightarrow y=f(x),\ y=2x-3 \quad x=0$ 접, $x=3$ 강



$y=2x+k$

$k=-3, -7$

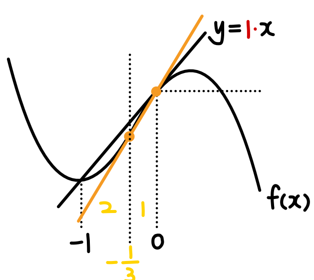
04 ex

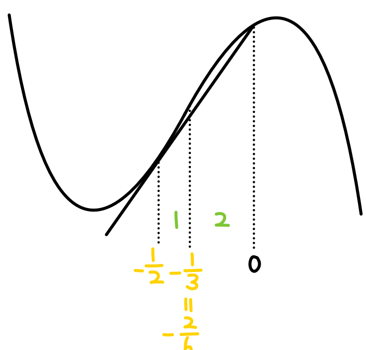
2022학년도
5월 예비수능
4점

원점을 지나고 곡선 $y=-x^3-x^2+x$에 접하는 모든 직선의 기울기의 합을 구하시오.

$f(x)-x=-x^2(x+1)$

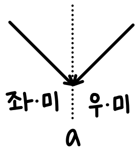
y‖ ‖y





$1+f'(-\frac{1}{2})=\frac{9}{4}$

미분가능



좌·미 = 우·미 ㅁ·ㄱ
좌·미 ≠ 우·미 ㅁ·ㅂ

$$h(x)=\begin{cases} f(x) & (x<x_1) \\ g(x) & (x_1\le x<x_2) \\ k(x) & (x_2\le x<x_3) \\ \vdots & \vdots \end{cases}$$

$x=x_1$ ㅁ·ㄱ x_2

$f(x_1)=g(x_1)$
$g(x_2)=k(x_2)$

$f'(x_1)=g'(x_1)$
좌·미 우·미
$g'(x_2)=k'(x_2)$

---

* $f(x)\pm g(x)$

$x=a$ ㅁ·ㄱ			
○	○	○	
×	○	×	$\longrightarrow f(x)+g(x)$
○	×		
×	×	→ 몰라	

$f(x)+g(x)$
$x=a$ ㅁ·ㅂ $x=a$ ㅁ·ㄱ

a− △ + ★
a+ □ + ★
△ ≠ □, ★ = ★ ⇒ ≠

$$\boxed{\begin{array}{l} f(x)+g(x) \Rightarrow x=a \text{ ㅁ·ㄱ} \\ x=a \text{ ㅁ·ㅂ} \quad x=a \text{ ㅁ·ㅂ} \end{array}}$$

---

* $f(x) \times\div g(x)$

$x=a$ ㅁ·ㄱ			
○	○	○	
×	○		
○	×	→ 몰라	
×	×		

$f(x)\times g(x) \Rightarrow$ ㅁ·ㄱ $(f(a)=0)$
$x=a$ ㅁ·ㄱ $x=a$ ㅁ·ㅂ

$f'(x)g(x)+g'(x)f(x)$
a− △ ★ + ☽ 영
a+ △ ★ + ♡ 영
△ = △, ★ = ★, ☽ ≠ ♡, 영 = 영 ⇒ $\cancel{\neq}$ ㅁ·ㄱ

$f(a)=0 \Rightarrow f\times g$ $x=a$ ㅁ·ㄱ
$f(a)\neq 0 \Rightarrow f\times g$ $x=a$ ㅁ·ㅂ

05 ex
2005년 10월
서울시교육청
4점

삼차함수 $f(x)=x^3+3x^2-9x$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x<a) \\ m-f(x) & (a\le x<b) \\ n+f(x) & (x\ge b) \end{cases}$$

로 정의한다. 함수 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 미분가능하도록 상수 a, b와 m, n 의 값을 정할 때, $m+n$ 의 값을 구하시오.

f | m−f | n+f

a　　b

$\begin{cases} f(a)=m-f(a) \\ f'(a)=-f'(a) \end{cases}$　　$m-f(b)=n+f(b)$
　　　　　　　　　　　$-f'(b)=f'(b)$

$a=-3$, $b=1$
$m=54$, $n=64$

06 ex
2015년 10월
서울시교육청
4점

일차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(8)$의 값을 구하시오.

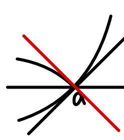
> (가) $f(2)=9$
> (나) 함수 $|x+1|f(x)$는 $x=-1$에서 미분가능하다.

$x=-1$ ㅁ·ㅂ　$f(-1)=0$

$f(x)=3(x+1)$

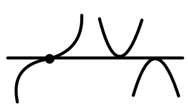
$*\ |f(x)|$ $\underset{\text{ㅁ·ㄱ}}{x=a}$ $\left[\begin{array}{l} f(a)\neq 0 \\ f(a)\overset{y=0}{=}0 \ \&\ f'(a)\overset{y=0}{=}0 \end{array}\right.$

접



기=m

우·미=m
‖
좌·미=−m



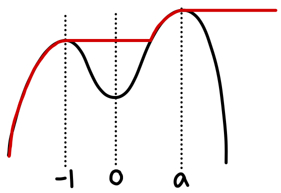
$*\ |f(x)-0|$
y　y

$|f(x)-g(x)|$ $\underset{\text{ㅁ·ㄱ}}{x=a}$ $\left[\begin{array}{l} f(a)\neq g(a) \longrightarrow \text{서로 안 만나} \\ f(a)=g(a)\ \&\ f'(a)=g'(a) \end{array}\right.$

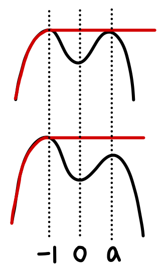
07 ex

2011학년도
9월 평가원
4점

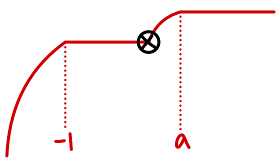
함수 $f(x)=-3x^4+4(a-1)x^3+6ax^2$ $(a>0)$과 실수 t에 대하여, $x \le t$에서 $f(x)$의 최댓값을 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 a의 최댓값을 구하시오.



g(t) ⇒ x≤t f(x) 최대 (ㅁ·ㄱ)



f(-1) ≥ f(a)
a ≤ 1



08 ex

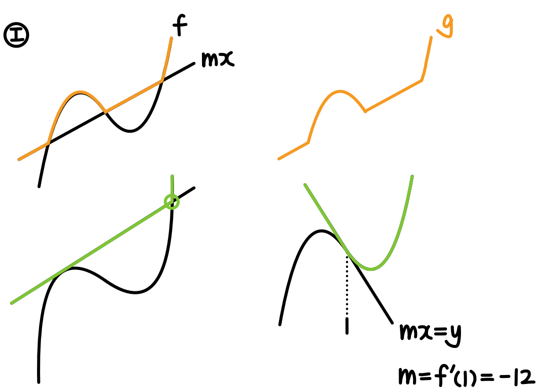
201학2도년
6월 평가원
4점

함수 $f(x)=x^3-3x^2-9x-1$ 과 실수 m 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (f(x) \ge mx) \\ mx & (f(x) < mx) \end{cases}$$

라 하자. $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, m 의 값을 구하시오.

Ⅰ



Ⅱ $g(x)=\dfrac{f(x)+mx+|f(x)-mx|}{2}$

$=\frac{1}{2}(\underbrace{f(x)+mx}_{h(x)}+|\underbrace{\overset{y}{f(x)}-\overset{y}{mx}}_{k(x)}|)$

ㅁ·ㄱ + ㅁ·ㄱ = ㅁ·ㄱ

Chapter 03

접선의 해석과 미분가능

01

2019학년도 수능

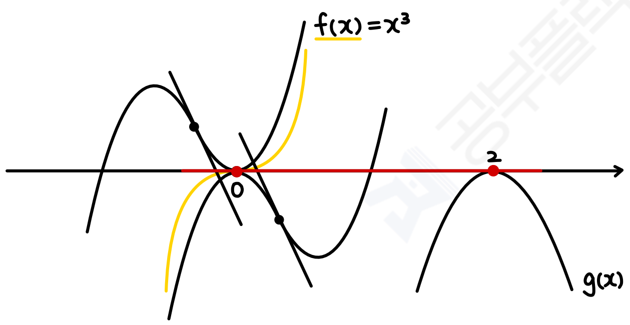
최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 -1인 이차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

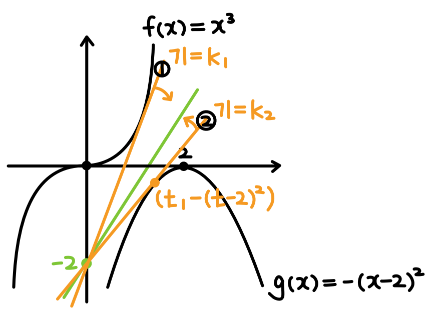
> (가) 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(0,\ 0)$에서의 접선과 곡선 $y=g(x)$ 위의 점 $(2,\ 0)$에서의 접선은 모두 x축이다.
> (나) 점 $(2,\ 0)$에서 곡선 $y=f(x)$에 그은 접선의 개수는 2이다.
> (다) 방정식 $f(x)=g(x)$는 오직 하나의 실근을 가진다.

$x>0$인 모든 실수 x에 대하여

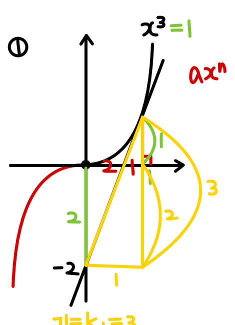
$$g(x) \le kx-2 \le f(x)$$

를 만족시키는 실수 k의 최댓값과 최솟값을 각각 α, β라 할 때, $\alpha-\beta=a+b\sqrt{2}$이다. a^2+b^2의 값을 구하시오.
(단, a, b는 유리수이다.) [4점]





$k_2 \le k \le k_1$



② $\dfrac{-(t-2)^2-(-2)}{t-0}=g'(t)=k_2=4-2\sqrt{2}$

$t=\sqrt{2}$

$\therefore \underset{\beta}{4-2\sqrt{2}} \le k \le \underset{\alpha}{3}$

02

2019년 7월 인천시교육청

좌표평면 위의 점 $(0,\ t)$를 지나고 곡선

$$y=x^3-ax^2+3x-5 \quad (a\text{는 자연수})$$

에 접하는 서로 다른 모든 직선의 개수를 $f(t)$라 할 때, 함수 $f(t)$에 대하여 합성함수 $g(t)=(f\circ f)(t)$라 하자. 다음 조건을 만족시키는 a의 최솟값을 m이라 할 때, $m+g(m)$의 값은? [4점]

> (가) 모든 실수 t에 대하여 $g(t)>1$이다.
> (나) 함수 $g(t)$의 치역의 원소의 개수는 1이다.

① 4　　② 6　　③ 8　　④ 10　　⑤ 12

$f(t)=\cancel{1},2,3$

(가) $g(t)=f(f(t))>1$, 치역 1개

$\cancel{1},2,3$

$f(f(1))$　$f(2)$　$f(3)$

$f(1)=f(2)=f(3)=2$

$f(1)=f(2)=f(3)=3$

$y=x^3-ax^2+3x-5$　$y=x^3-ax^2$

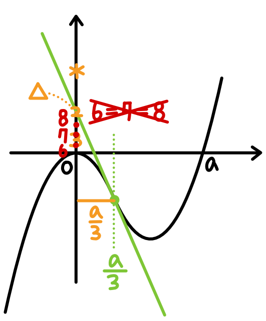
$y=mx+t$　$y=(m-3)x+t+5$

$(0,\ t+5)$ on y축

$(0,6)$

$(0,7)$

$(0,8)$



변·접·y절

$8<\frac{a^3}{27}$

$a>6$

최소 $a=7$　$g(7)=3$

$\therefore\ \underset{7}{m}+g(\underset{7}{m})=10$

05

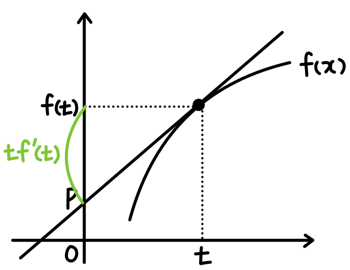
2014학년도 수능

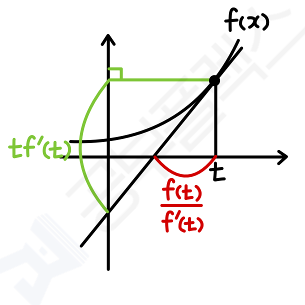
좌표평면에서 삼차함수 $f(x)=x^3+ax^2+bx$와 실수 t에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t,\ f(t))$에서 접선이 y축과 만나는 점을 P라 할 때, 원점에서 P까지의 거리를 $g(t)$라 하자. 함수 $f(x)$와 함수 $g(t)$는 다음 조건을 만족시킨다.

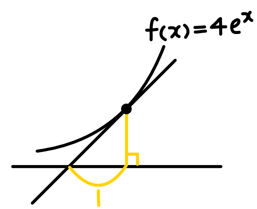
> (가) $f(1)=2$
> (나) 함수 $g(t)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

$f(3)$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [4점]

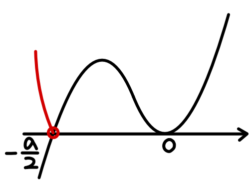
① 21　② 24　③ 27　④ 30　⑤ 33







$g(t)=\overline{OP}=|f(t)-tf'(t)|$
$=|2t^3+at^2|$　　$a=0$



$f(x)=x^3+bx$, $f(1)=2$
$f(3)=30$

14

2022학년도 6월 평가원

두 양수 p, q가 함수 $f(x)=x^3-3x^2-9x-12$에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $p+q$의 값은? [4점]

> (가) 모든 실수 x에 대하여 $xg(x)=|xf(x-p)+qx|$이다.
> (나) 함수 $g(x)$가 $x=a$에서 미분가능하지 않은 실수 a의 개수는 1이다.

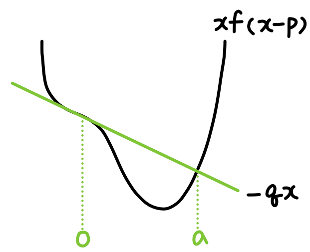
① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

x=a만
ㅁ ㅂ

$xg(x)=|\underbrace{xf(x-p)-(-qx)}_{x=a\text{만 ㅁ ㅂ}}|=|x^3(x-a)|$

$\|$
$h(x)$
$h(a)=0$

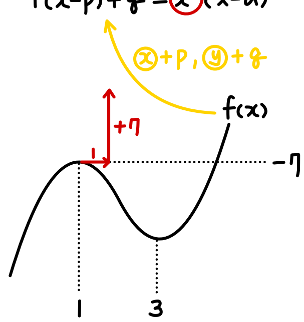
$x=a$ 점ㅂ

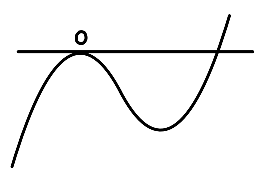


$\div x$

$xf(x-p)+qx=x^3(x-a)$

$f(x-p)+q=x^2(x-a)$





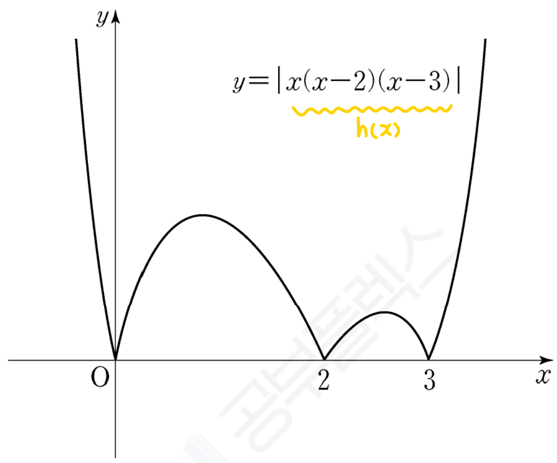
$\therefore p=1,\ q=7$

15

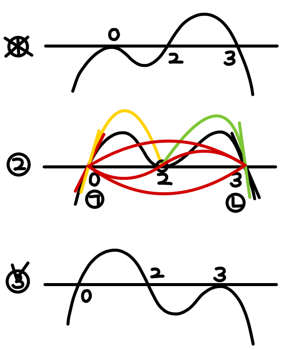
2017학년도 9월 평가원

다음 조건을 만족시키며 최고차항의 계수가 음수인 모든 사차함수 $f(x)$에 대하여 $f(1)$의 최댓값은? [4점]

> (가) 방정식 $f(x)=0$의 실근은 0, 2, 3뿐이다.
> (나) 실수 x에 대하여 $f(x)$와 $|x(x-2)(x-3)|$중 크지 않은 값을 $g(x)$라 할 때, 함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.



① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$



㉠ $f'(0)=h'(0)$

$-a\times2\times2\times3 \le 1\times2\times3$

㉡ $a\times1\times1\times3 \ge -h'(3)$

$a \ge -\frac{1}{3}$

$f(x)=ax(x-2)(x-3)^2$

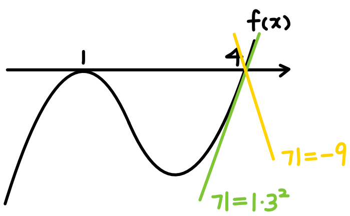
$f(1)=-4a \le \frac{4}{3}$

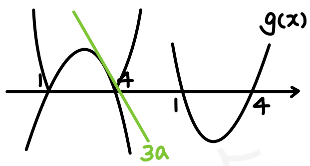
16

함수 $f(x)=(x-1)^2(x-4)$와 이차함수 $g(x)$에 대하여 함수 $h(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $h(x)=|f(x)|-|g(x)|$
> (나) $h(x)$는 오직 $x=1$에서만 미분가능하지 않다.

$|g(5)|$의 값을 구하시오. [4점]





$h(x)=\underbrace{|f(x)|}-|g(x)|$

$x=4$ ㅁ·ㅂ	$x=4$ ㅁ ㅂ
$x=1$ ㅁ·ㄱ	$x=1$ ㅁ·ㅂ

$g(x)=a(x-1)(x-4)$

$(|f(x)|)'-(|g(x)|)'$

4-	-9	$\underset{3a}{m}=-9-3a$	
4+	9	$\underset{-3a}{-m}=9+3a$	$\therefore a=-3$

$g(x)=\pm3(x-1)(x-4)$

$\therefore 12$

17

2025년 3월 서울시교육청

삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

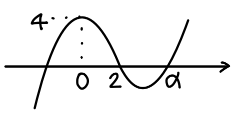
$$g(x)=\begin{cases} -f(x) & (x<0) \\ |\underbrace{f(x)}_{x=2}|-|\underbrace{2x^2-8}_{x=\cancel{-2},\,2\,>0}| & (x \ge 0) \end{cases}$$

ㅁ.ㅂ

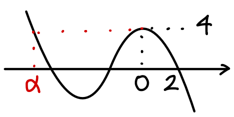
이라 하자. 함수 $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $f(-5)$의 값을 구하시오. [4점]

연 $-f(0)=|f(0)|-8$, $f(0)=4>0$

미 $-f'(0)=(f'(0))'|_{x=0}-0$, $f'(0)=0$



(X)



$|f|-|2x^2-8|$

$2-$ $f'(2)\ -8\ =0$

$2+$ $\cancel{-f'(2)\ +8}$

$f(x)-4=kx^2(x-\alpha)$

$f(2)=0$ & $f'(2)=8$

$k=-1$

$\therefore 154$

18

2025년 7월 인천시교육청

함수 $f(x)=x^2+ax+b$에 대하여 함수

$(x-b)(x-\alpha)$ $\alpha>0$

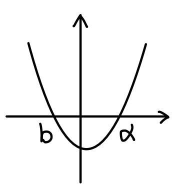
$$g(x)=\begin{cases} |f(x)|-x^2 & (x \le 0) \\ \{f(x)\}^2+x^3 & (x>0) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 함수 $g(x)$는 $x=b$에서만 미분가능하지 않다.
> (나) 방정식 $g(x)=0$은 음의 실근을 갖는다.

$g\left(-\frac{1}{2}\right)+g(3)$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [4점]

① $\frac{183}{2}$　② $\frac{187}{2}$　③ $\frac{191}{2}$　④ $\frac{195}{2}$　⑤ $\frac{199}{2}$



연 $|f(0)| = f(0)^2$, $f(0) = -1 = b$
$-f(0)$

미 $-f'(0) = 2f(0) \times f'(0)$　$f'(0)=0$
$f'(0) = -\frac{1}{2}$: 모순

$f(x) = x^2 + 0 \cdot x - 1$

23

2022학년도 9월 평가원

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=f(x-3)\times\lim_{h\to 0+}\frac{|f(x+h)|-|f(x-h)|}{h}$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(5)$의 값을 구하시오. [4점]

> (가) 함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.
> (나) 방정식 $g(x)=0$은 서로 다른 네 실근 α_1, α_2, α_3, α_4를 갖고
> $\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\alpha_4=7$이다.

ㅁㄱ ㅁㅂ

$$\lim_{h\to 0+}\frac{f(a+h)-f(a-h)}{h}=\underbrace{f'(a+)+f'(a-)}_{2f'(a)}\longrightarrow \mathrel{/\!/}$$

$\|$

$$\lim_{h\to 0-}\frac{f(a+h)-f(a-h)}{h}=\underbrace{f'(a+)+f'(a-)}_{2f'(a)}\longrightarrow \mathrel{/\!/}$$

$\|$

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a-h)}{h}=2f'(a)\longrightarrow \mathrel{/\!/}$$

$$g(x)=f(x-3)\times\lim_{h\to 0+}\frac{|f(x+h)|-|f(x-h)|}{h}=0$$

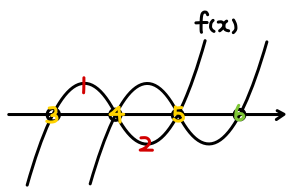
×

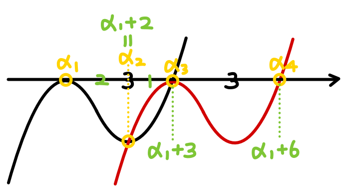
$h(x)=|f(x)|$ 대·미 계

ㅁㄱ $2f'(x)=0$

ㅁ·ㅂ $|f(x+)|'+|f(x-)|'=0$

$\underbrace{|f(x+)|'}_{m}=-\underbrace{|f(x-)|'}_{-m}$





$4\alpha_1+11=7$

$\alpha_1=-1$

$\therefore 108$

재해석의 수능

수학2

저자 김철수
출판 공부플렉스 콘텐츠연구소
주소 서울 강남구 테헤란로 625
문의 1588-7759
이메일 clonemath1234@naver.com

ISBN 979-11-975386-7-4

정가 비매품

공부플렉스