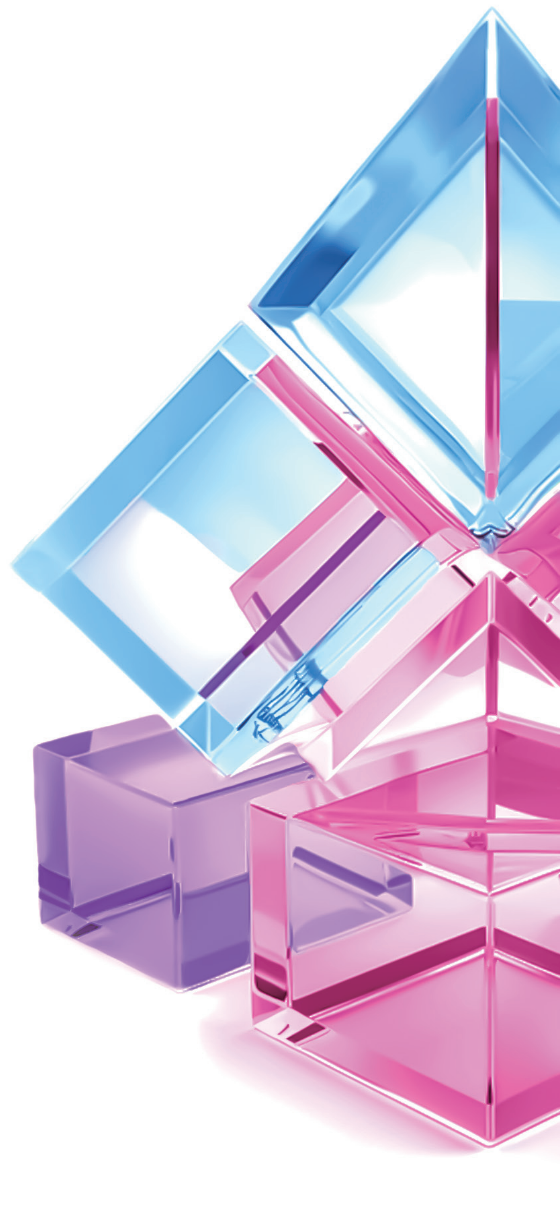
SAMPLE 대수

고등수학에 대한 Smart Attitude

CRAFT



크래프트

공부플렉스

이 책을 펴내며

수학을 처음 만나는 순간은 누구에게나 낯설고, 때로는 두렵습니다.
하지만 바로 그 시작이 앞으로의 모든 가능성을 열어주는 출발점이기도 합니다.
CRAFT는 그 출발을 가장 단단하게 만들어주기 위해 태어났습니다.

우리는 선행을 '앞질러가는 공부'가 아니라, 앞으로 배우게 될 고등수학의 문을 정확하게 여는 과정이라고 생각합니다.
그래서 CRAFT는 처음 배우는 학생이 반드시 알아야 할 핵심 개념만을 선별하고,
불필요하게 복잡한 문제나 과도한 유형 나열을 과감히 배제했습니다.
처음부터 수학을 '어렵게' 만드는 대신, 본질을 정확히 이해하며 자연스럽게 깊어지는 경험을 제공하고자 했습니다.

이 책의 목표는 단순히 기초를 다지는 데에 있지 않습니다.
CRAFT는 앞으로 이어질 더 높은 차원의 학습
The DEEP에서의 본격적인 사고 확장,
Observe에서의 정교한 문제 관찰 능력,
PRISM에서의 다면적 사고 훈련,
그 모든 여정을 준비하는 첫 번째 발돋움입니다.
작은 이해 하나가 큰 성장으로 이어지고, 작은 자신감 하나가 최상위권으로 향하는 길을 만들 것입니다.

지금 이 책을 펼친 순간, 당신은 이미 한 걸음 앞서 나아가고 있습니다.
CRAFT가 당신의 첫 시작에 든든한 동반자가 되기를 바랍니다.
그리고 언젠가 더 높은 곳을 향해 올라설 때,
이 책에서의 한 페이지 한 페이지가 그 출발점이었다는 사실을 깨닫게 될 것입니다.

공 부 플 렉 스

04

지수함수와 로그함수

Ⅰ 지수함수와 로그함수

Chapter 04

지수함수와 로그함수 개념정복

01 지수함수와 로그함수의 그래프

01 지수함수

ⅰ) $y=a^x$ $(a\neq 1,\ a>0)$ & $a>1$

POINT

- a가 클수록 y축에 가까워
- 증가, 아래로 볼록
- 점근선 x축 $(y=0)$

ⅱ) $y=a^x$ $(a\neq 1,\ a>0)$ & $0<a<1$

POINT

- a가 작을수록 y축에 가까워
- 감, 아래로 볼록
- 점근선 x축 $(y=0)$

ⅲ) $y=a\cdot b^{cx+d}+e$그려프

예제 01 $y=3\cdot 2^{2x-4}+3$의 그래프를 그리시오.

예제 02 $y=-5^{2+x}-3$의 그래프를 그리시오.

02 로그함수

i) $y = \log_a x$ $(a \neq 1,\ a > 0,\ x > 0)$ & $a > 1$

POINT

- a클수록 x축에 가까워
- 증가, 위로 볼록
- 점근선 y축$(x=0)$

ii) $y = \log_a x$ $(a \neq 1,\ a > 0,\ x > 0)$ & $0 < a < 1$

POINT

- a가 작을수록 x축에 가까워
- 감소, 아래로 볼록
- 점근선 y축$(x=0)$

iii) $y = a \cdot \log_b (cx + d) + e$

예제 01 $y = 3 \cdot \log_2 (4x - 3) + 2$의 그래프를 그리시오.

03 지수함수와 로그함수의 관계

ⅰ) 역함수 관계

POINT

$$y=a^x \xLeftrightarrow{\text{역함수}} y=\log_a x$$

ⅱ) 예시

POINT

$$y=2^x \xLeftrightarrow{\text{역함수}} y=\log_2 x$$

* 참고

POINT

$$y=a^x \underset{y+n}{\overset{x+m}{\Leftrightarrow}} y=a^{x-m}+n$$

역함수 ↓ ↓ 역함수

$$y=\log_a x \underset{y+m}{\overset{x+n}{\Leftrightarrow}} y=\log_a(x-n)+m$$

예제 01 $y=2^{x+2}-3$의 역함수를 구하시오.

01 최대최소 구하기

01 단순 그래프

예제 01 $y=2^{1-x}$ 그래프가 $-1 \le x \le 1$에서 정의될 때, 최댓값과 최솟값을 구하시오.

예제 02 $y=3^x \cdot 2^{-x}$ 그래프가 $0 \le x \le 2$에서 정의될 때, 최댓값과 최솟값을 구하시오.

02 치환

⇒ 범위주의

예제 01 $y=4^x-2^{x+3}$ $(2\leq x\leq 3)$의 최솟값을 구하시오.

예제 02 $y=\log_8(x^2-4x+12)$의 최솟값을 구하시오.

예제 03 $x+y=18$일 때, $\log_{\frac{1}{3}}x+\log_{\frac{1}{3}}y=k$라 하자. k의 최솟값을 구하시오.

예제 04 $x\geq 2$일 때, $y=2(\log_2 2x)^2+\log_2(2x)^2+2\log_2 x+2$의 최솟값을 구하시오.

03 특수

⇒ 지수에 log가 있어 → 양변에 log 취해

예제 01 $y=100x^2\div x^{\log x}$이 최솟값을 구하시오.

예제 02 $f(x)=2^{a+x}+2^{a-x}$가 있을 때 최솟값이 8이다. 이때 a 값을 구하시오.

04 개념적용 예제 CRAFT

01

다음 보기 중 지수함수인 것만을 있는 대로 고르시오. (단, x는 실수이다.)

보 기

ㄱ. $y=2^x$　　ㄴ. $y=x^3$

ㄷ. $y=(-1)^x$　　ㄹ. $y=0.5^x$

ㅁ. $y=3.5^x$

02

지수함수 $f(x)=\left(\frac{1}{5}\right)^x$에 대하여 $f(0)$을 구하시오.

03

지수함수 $f(x)=\left(\frac{1}{5}\right)^x$에 대하여 $f(3)$을 구하시오.

04

지수함수 $f(x)=\left(\frac{1}{5}\right)^x$에 대하여 $f(-4)$을 구하시오.

05

지수함수 $f(x)=\left(\frac{1}{5}\right)^x$에 대하여 $f(-1)f(2)$을 구하시오.

06

함수 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동하였더니 함수 $y=8\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^x-1$의 그래프와 일치하였다. 이때 상수 m, n의 값을 구하시오.

07

$y=3^x$ $(-1 \leq x \leq 1)$의 최댓값과 최솟값을 각각 구하시오.

08

$y=\left(\frac{1}{4}\right)^x$ $(-2 \leq x \leq 2)$의 최댓값과 최솟값을 각각 구하시오.

09

$y=3^{x^2-6x+6}$의 최댓값과 최솟값을 각각 구하시오.

10

$y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2x+3}$의 최댓값과 최솟값을 각각 구하시오.

11

$y=\left(\frac{1}{3}\right)^x+1$ $(-2 \leq x \leq 2)$의 최댓값과 최솟값을 각각 구하시오.

12

$0 \leq x \leq 2$일 때, 함수 $y=4^x-2^{x+2}+3$의 최댓값과 최솟값을 구하시오.

13

$y=10^x$ 의 역함수를 구하시오.

14

$y=3 \cdot 2^{x-1}$ 의 역함수를 구하시오.

15

함수 $y=\frac{1}{2}(3^x-3^{-x})$ 의 역함수를 구하시오.

16

다음 함수의 최댓값과 최솟값을 각각 구하시오.

$$y=\log_2 x \ (1 \le x \le 64)$$

17

$0<a<b<1$일 때, 세 수 $\log_a b$, $\log_b a$, $\log_b \frac{b}{a}$ 의 대소를 비교하시오.

18

다음 함수의 최댓값과 최솟값을 각각 구하시오.

$$y=\log_{\frac{1}{2}}(x+1) \left(-\frac{1}{2} \le x \le 7\right)$$

19

다음 함수의 최댓값과 최솟값을 각각 구하시오.

$$y=-\log_5(x-2)+3 \quad (7 \le x \le 127)$$

20

함수 $y=\log_3(x^2-4x+31)$의 최솟값을 구하시오.

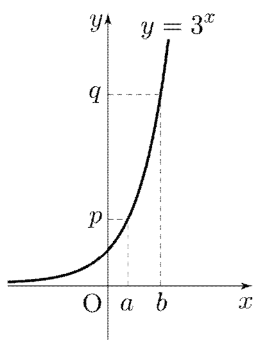
유제 CRAFT

21

함수 $y=4^{2x}$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동하였더니 함수 $y=16\cdot4^{2x}+16$의 그래프와 겹쳐졌다. 이때 $m+n$의 값을 구하시오.

22

그림은 함수 $y=3^x$의 그래프이다. $pq=27$일 때, $a+b$의 값은?



① 2 ② 3 ③ 6
④ 9 ⑤ 12

23

정의역이 $\{x\mid -1\le x\le 1\}$인 함수 $y=2^{x+1}+k$의 최댓값이 1일 때, 상수 k의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1
④ 1 ⑤ 2

24

정의역이 $\{x\mid -1\le x\le 3\}$인 함수 $y=2^{x^2-4x+1}$이 $x=a$에서 최댓값 b를 가질 때, $a+b$의 값은?

① 10 ② 31 ③ 34
④ 63 ⑤ 66

25

정의역이 $\{x \mid -1 \le x \le 2\}$인 함수 $y=4^x-2^{x+1}+3$이 $x=a$에서 최댓값 b, $x=c$에서 최솟값 d를 가질 때, $a+b+c-d$의 값은?

① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

26

함수 $y=6(3^x+3^{-x})-(9^x+9^{-x})$의 최댓값은?

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

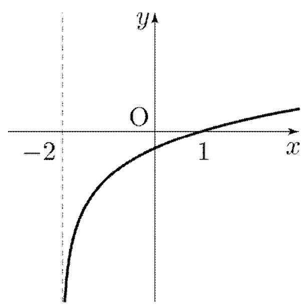
27

함수 $y=-\log_2(2-x)+1$에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 정의역은 $\{x \mid x<2\}$이다.
② 그래프의 점근선의 방정식은 $x=2$이다.
③ 그래프는 점 $(1,\ 1)$을 지난다.
④ x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소한다.
⑤ 그래프는 $y=-\log_2(-x)$의 그래프를 평행이동하면 겹쳐진다.

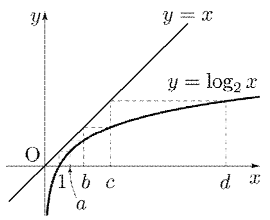
28

$y=\log(x+a)+b$의 그래프가 그림과 같을 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하시오.



29

오른쪽 그림은 함수 $y=\log_2 x$의 그래프와 직선 $y=x$이다. 다음 중 $\left(\frac{1}{2}\right)^{a-b}$의 값과 같은 것은?



(단, 점선은 x축 또는 y축에 평행하다.)

① $\frac{c}{a}$　② $\frac{c}{b}$　③ $\frac{c}{d}$
④ $\frac{b}{c}$　⑤ $\frac{b}{d}$

30

함수 $y=\log_4(x-2)+3$의 역함수가 $y=a^{2x+b}+c$일 때, 정수 a, b, c에 대하여 $a+b+c$의 값을 구하시오.

31

정의역이 $\{x \mid -1 \le x \le 2\}$인 함수 $y=\log_2(-x^2+2x+7)$의 최댓값과 최솟값의 곱은?

① 2　② 4　③ 6
④ 8　⑤ 10

32

$x>1$일 때, 함수 $y=\log_4 x+\log_x 256$의 최솟값은?

① 2　② $2\sqrt{2}$　③ 4
④ $4\sqrt{2}$　⑤ 8

33

함수 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-4x+2}$ $(-1 \le x \le 3)$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, Mm의 값을 구하시오.

34

함수 $y=2^{-2x+2}+n$의 그래프가 제1사분면을 지나지 않도록 하는 상수 n의 최댓값을 구하시오.

35

보기의 함수 중에서 함수 $y=\log_2(x-1)+3$의 그래프를 평행이동 또는 대칭이동하여 얻을 수 있는 것만을 있는 대로 고른 것은?
(단, 평행이동과 대칭이동은 여러 번 반복할 수 있다.)

보 기

ㄱ. $y=\log_2\sqrt{2}x$
ㄴ. $y=3\log_2(x+2)$
ㄷ. $y=2^{x+1}-5$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄷ

Challenge!

36

함수 $f(x)=x^2-3x-1$에 대하여 부등식

$$4^{f(x)}-3\cdot 2^{1+f(x)}<16$$

을 만족시키는 정수 x의 개수를 구하시오.

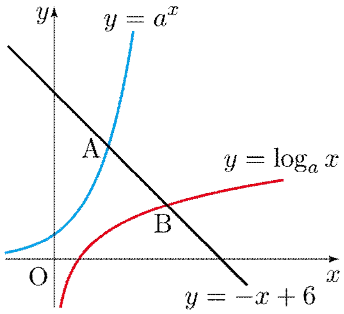
37

함수 $y=2-\log_2\left(ax+\frac{a}{6}\right)$의 그래프가 제3사분면을 지나지 않도록 하는 자연수 a의 개수를 구하시오.

38

그림과 같이 1보다 큰 상수 a에 대하여 직선 $y=-x+6$이 두 곡선 $y=a^{x}$, $y=\log_{a}x$와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}=2\sqrt{2}$일 때, $3a$의 값을 구하시오.

(단, 점 A의 x좌표는 점 B의 x좌표보다 작다.)



39

두 지수함수 $f(x)=2^{x}-1$과 $g(x)=\left(\dfrac{a-1}{3}\right)^{x}$의 그래프가 한 점에서 만나도록 하는 정수 a의 최댓값과 최솟값의 합을 구하시오.

40

정의역이 $\{x \mid -1 \leq x \leq 2\}$인 함수 $y = a^{|x-1|+2}$의 최댓값이 $\frac{1}{4}$일 때, 최솟값을 구하시오. (단, $a > 0$)

지수함수와 로그함수 개념정복

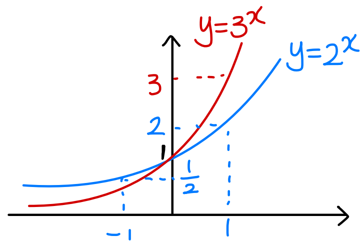
01 지수함수와 로그함수의 그래프

01 지수함수

i) $y=a^x$ $(a\neq1,\ a>0)$ & $a>1$

POINT

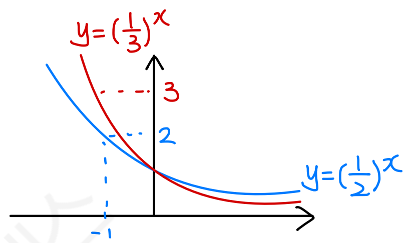
- a가 클수록 y축에 가까워
- 증가, 아래로 볼록
- 점근선 x축 $(y=0)$



ii) $y=a^x$ $(a\neq1,\ a>0)$ & $0<a<1$

POINT

- a가 작을수록 y축에 가까워
- 감, 아래로 볼록
- 점근선 x축 $(y=0)$



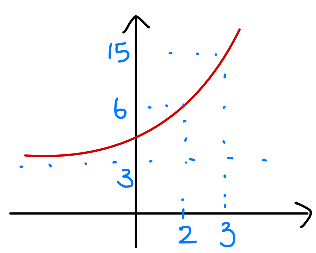
iii) $y=a\cdot b^{cx+d}+e$그려프

예제 01 $y=3\cdot2^{2x-4}+3$의 그래프를 그리시오.

1st. 정점(지수=0 되는 x값, 그때 y값) (2.6)

2nd. 점근선 y=지수 지우기 . y=3

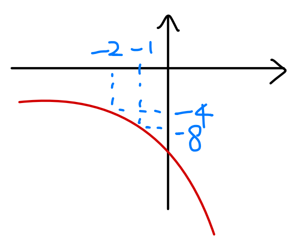
3nd. 한 점 (3.15)



예제 02 $y=-5^{2+x}-3$의 그래프를 그리시오.

(−2, −4) . y=−3

(−1, −8)



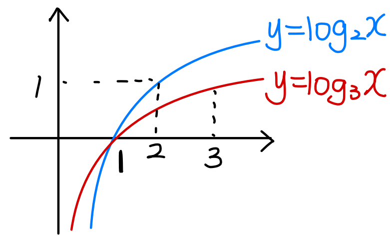
02 로그함수

ⅰ) $y=\log_a x$ $(a\neq 1,\ a>0,\ x>0)$ & $a>1$

POINT

- a클수록 x축에 가까워
- 증가, 위로 볼록
- 점근선 y축$(x=0)$

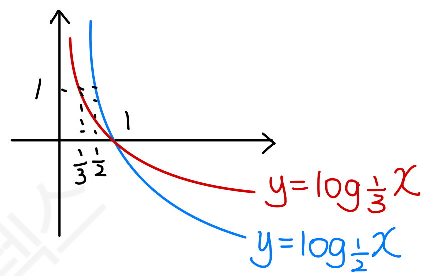
x는 진수 & 정의역



ⅱ) $y=\log_a x$ $(a\neq 1,\ a>0,\ x>0)$ & $0<a<1$

POINT

- a가 작을수록 x축에 가까워
- 감소, 아래로 볼록
- 점근선 y축$(x=0)$



ⅲ) $y=a\cdot\log_b(cx+d)+e$

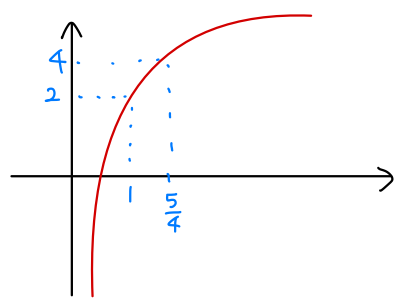
* $y=\log_a x$ ┌ $a>1$
└ $0<a<1$

예제 01 $y=3\cdot\log_2(4x-3)+2$의 그래프를 그리시오.

1st. 진수$=1$ x값, 그때 y값 $(1,2)$

2nd. 점근선 $x=($진수$=0)$ $x=\frac{3}{4}$

3rd. 한 점 $(\frac{5}{4},4)$



03 지수함수와 로그함수의 관계

i) 역함수 관계

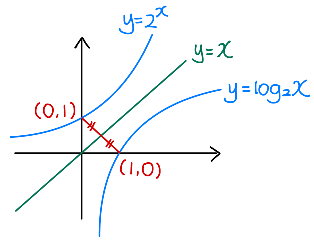
POINT

$$y=a^x \quad \underset{x\leftrightarrow y}{\overset{\text{역함수}}{\Leftrightarrow}} \quad y=\log_a x$$

ii) 예시

POINT

$$y=2^x \quad \overset{\text{역함수}}{\Leftrightarrow} \quad y=\log_2 x$$



* 참고

POINT

$$y=a^x \quad \underset{y+n}{\overset{x+m}{\Leftrightarrow}} \quad y=a^{x-m}+n$$

역함수 ↓ ↓ 역함수

$$y=\log_a x \quad \underset{y+m}{\overset{x+n}{\Leftrightarrow}} \quad y=\log_a(x-n)+m$$

예제 01 $y=2^{x+2}-3$의 역함수를 구하시오.

↓ 역함수

$y=\log_2(x+3)-2$

ex) $y=3^{\log_3 2}\times 3^{x-2}$

$y=3^{x-2+\log_3 2}$

$y=3^{x-(2-\log_3 2)}+0$

↓ 역함수

$y=\log_3(x-0)+(2-\log_3 2)$

01 최대최소 구하기

01 단순 그래프

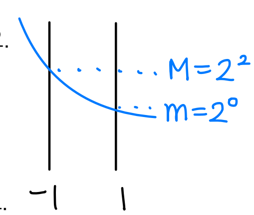
예제 01 $y=2^{1-x}$ 그래프가 $-1\le x\le 1$에서 정의될 때, 최댓값과 최솟값을 구하시오.

$=\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}$

$0<a<1$

감소함수

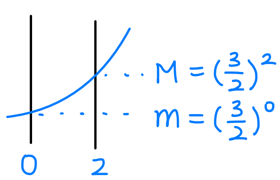
$y=a^x$ $\begin{cases} a>0 & \text{증가} \\ 0<a<1 & \text{감소} \end{cases}$ ⟶



예제 02 $y=3^x\cdot 2^{-x}$ 그래프가 $0\le x\le 2$에서 정의될 때, 최댓값과 최솟값을 구하시오.

$=\left(\frac{3}{2}\right)^{x}$

$a>1$



02 치환

⇒ 범위주의

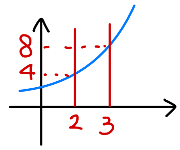
예제 01 $y=4^x-2^{x+3}$ $(2 \le x \le 3)$의 최솟값을 구하시오.

$2^x = t$ $(4 \le t \le 8)$

$\Rightarrow y = t^2 - 8t = (t-4)^2 - 16$

$\rightarrow m=-16,\ M=0$

$t = 2^x \rightarrow$

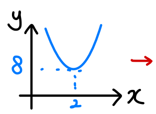


$x=3 \rightarrow M=0$

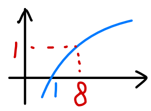
$x=2 \rightarrow m=-16$

예제 02 $y=\log_8(x^2-4x+12)$의 최솟값을 구하시오.

$t = x^2-4x+12 = (x-2)^2+8$



$\rightarrow t \ge 8 \longrightarrow y \ge 1$



$\Rightarrow m=1,\ x=2$

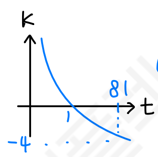
예제 03 $x+y=18$일 때, $\log_{\frac{1}{3}}x+\log_{\frac{1}{3}}y=k$라 하자. k의 최솟값을 구하시오.

$\rightarrow \log_{\frac{1}{3}} xy = k$

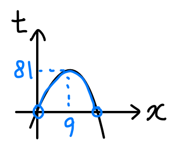
$t = xy = x(18-x)$

$= -(x-9)^2+81$

$k = \log_{\frac{1}{3}} t$



$0 < t \le 81$



$m=-4 \rightarrow x=9$

진수 $x, y > 0$

$y = 18 - x > 0$

$0 < x < 18$

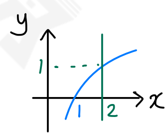
예제 04 $x \ge 2$일 때, $y=2(\log_2 2x)^2+\log_2(2x)^2+2\log_2 x+2$의 최솟값을 구하시오.

$1+\log_2 x$ $\quad 2+\log_2 x+2\log_2 x+2$

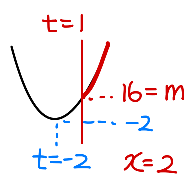
$t = \log_2 x$

$= 2(1+t)^2+4t+4$

$= 2(t+2)^2-2$



$t \ge 1 \longrightarrow$



03 특수

⇒ 지수에 log가 있어 → 양변에 log 취해

예제 01 $y=100x^2 \div x^{\log x}$이 최솟값을 구하시오.

$\log y = \log 10^2 x^2 \div x^{\log x}$

$= 2 + 2\log x - \log x^{\log x}$

$= -(\log x)^2 + 2\log x + 2$

$\log x = t$

$= -t^2+2t+2$

$= -(t-1)^2+3$

$\log y = 3$

$x=10$일때, $y=1000$

예제 02 $f(x)=2^{a+x}+2^{a-x}$가 있을 때 최솟값이 8이다. 이때 a 값을 구하시오.

산술기하 $\dfrac{○+\triangle}{2} \ge \sqrt{○\cdot\triangle}$ $\quad (○, \triangle > 0)$

$$\frac{2^{a+x}+2^{a-x}}{2} \ge \sqrt{2^{a+x}\cdot 2^{a-x}}$$

$$\ge 2\sqrt{2^{2a}} = 2^{a+1}$$

$2^{a+1} = 8$ $\quad \therefore a = 2$

삼각함수 개념정복

삼각비 ⇒ 함수 (그래프)

01 호도법

01 호도법 vs 60분법

ⅰ) 60분법

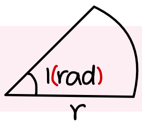
⇒ 20°, 30°, 45°

ⅱ) NEW 각의 측정

POINT

호도법 (radian)

* $\pi = 180^\circ$
(rad)



ⅲ) 숙지해야 할 호도법

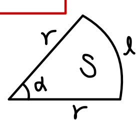
POINT

30°	45°	60°	90°	180°	⋯	150°	⋯
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	π	$\frac{\pi}{2}$	⋯	$\frac{5}{6}\pi$	⋯

$150^\circ = 150^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ}$

* $\boxed{\text{육십분법} \times \frac{\pi}{180^\circ} = \text{호도법}}$ $75^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{5}{12}\pi$

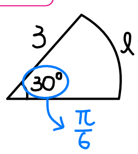
02 부채꼴



α : ~~육십분법~~ $\alpha \times \frac{\pi}{180^\circ} = \theta \rightarrow \alpha = \frac{180^\circ\theta}{\pi}$, $l = 2\pi r \times \frac{\alpha}{360^\circ} = 2\pi r \times \frac{180^\circ\theta}{\pi} \times \frac{1}{360^\circ} = r\theta$

ⅰ) 호의 길이 $(r\theta)$

예제 01 반지름이 3이고 중심각이 30° 인 부채꼴의 호의 길이를 구하시오.

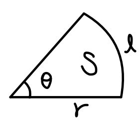


$l = 3 \times \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$ $\therefore \frac{\pi}{2}$

ⅱ) 넓이 $\left(\frac{1}{2}r^2\theta\right)$

$S = \pi r^2 \times \frac{\alpha}{360^\circ} = \pi r r \times \frac{180^\circ\theta}{\pi} \times \frac{1}{360^\circ} = \frac{1}{2}r^2\theta$

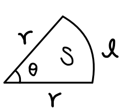
*



$l = r\theta$

$S = \frac{1}{2}r^2\theta = \frac{1}{2}rl$

예제 02 둘레가 8이고, 넓이가 4인 부채꼴의 중심각을 구하시오.



$2r + l = 8$

$\frac{1}{2}r^2\theta = 4 = \frac{1}{2}rl$) → $rl = 8$ → $r(8-2r) = 8$, $2r^2 - 8r - 8 = 0$, $(r-2)^2 = 0$ ⇒ $r = 2$ ∴ $\theta = 2$ (rad)

예제 03 둘레가 ~~800~~ 80인 부~~채~~채꼴의 넓이가 최대일 때 중심각과 호의 길이를 구하시오.

$2r + l = 80$, $l = 80 - 2r$

$S = \frac{1}{2}rl = \frac{1}{2}r(80-2r) = -r^2 + 40r$

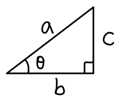
$= -(r-20)^2 + 400$

$r = 20$,

$\theta = 2$

02 삼각비

01 직각 △



$\sin\theta = \frac{c}{a}$, $\cos\theta = \frac{b}{a}$, $\tan\theta = \frac{c}{b}$

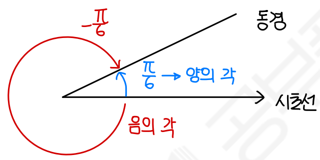
02 특수각

POINT

* $\sin 30^\circ = \sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} = \cos\frac{\pi}{3}$
* $\sin 45^\circ = \sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \cos\frac{\pi}{4}$
* $\sin 60^\circ = \sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos\frac{\pi}{6}$
* $\tan\frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $\tan\frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$, $\tan\frac{\pi}{4} = 1$

03 일반각과 삼각함수

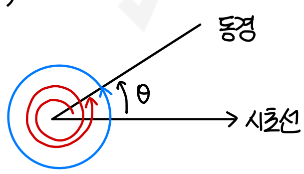
01 양의 각, 음의 각



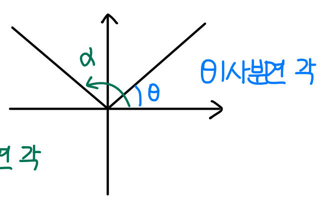
02 일반각 표시 저 (ㅇ수)

⇒ $2n\pi + \theta$

⇒ $\angle XOP = 2n\pi + \theta$



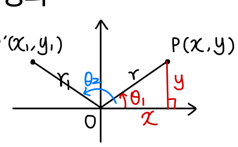
03 사분면의 각



α : 2사분면 각

04 삼각함수 정의

i) 정의



y좌표 x좌표 y좌표

$\sin\theta_1 = \frac{y}{r}$, $\cos\theta_1 = \frac{x}{r}$, $\tan\theta_1 = \frac{y}{x}$

x좌표

$\text{n}\theta_2 = \frac{y_1}{r}$, $\cos\theta_2 = \frac{x_1}{r}$, $\tan\theta_2 = \frac{y_1}{x_1}$

ii) 새로운 기호

csc θ
//

$\frac{1}{\sin\theta}$ = cosec θ (코시컨트)

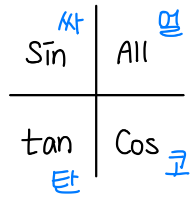
$\frac{1}{\cos\theta}$ = sec θ (시컨트)

$\frac{1}{\tan\theta}$ = cot θ (코탄젠트)

05 부호

POINT

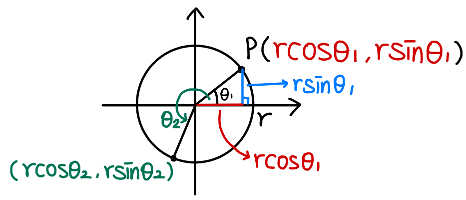
	1사분면 $x>0,\ y>0$	2사분면 $x<0,\ y>0$	3사분면 $x<0,\ y<0$	4사분면 $x>0,\ y<0$
$\sin\theta=\dfrac{y}{x}$	$+$	$+$	$-$	$-$
$\cos\theta=\dfrac{x}{r}$	$+$	$-$	$-$	$+$
$\tan\theta=\dfrac{y}{x}$	$+$	$-$	$+$	$-$



예제 01 각 값의 부호를 구하시오.

㉠ $\sin 120^\circ$ 2사분면 >0

㉡ $\tan 330^\circ$ <0

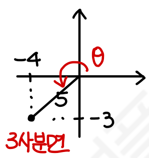


예제 02 원점과 점 $P(-4,\ -3)$을 지나는 동경 θ에 대해 각 값을 구하시오.

㉠ $\sin\theta = \frac{-3}{5}$ $-$

㉡ $\cos\theta = \frac{-4}{5}$ $-$

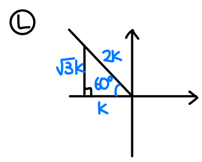
㉢ $\tan\theta = \frac{3}{4}$ $+$



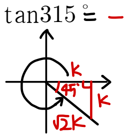
예제 03 다음 삼각함수의 값을 구하시오.

㉠ $\underbrace{\sin\frac{9}{4}\pi}_{2\pi+\frac{1}{4}\pi} = +\sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

㉡ $\cos\frac{2}{3}\pi = -\frac{k}{2k} = -\frac{1}{2}$



㉢ $\tan 315^\circ = -\frac{k}{k} = -1 = -\tan 45^\circ$



예제 04 $\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$로 정의된 θ에 대해 주어진 상황에 맞는 θ 값을 구하시오.

㉠ 동경 θ와 동경 6θ가 같은 방향인 경우

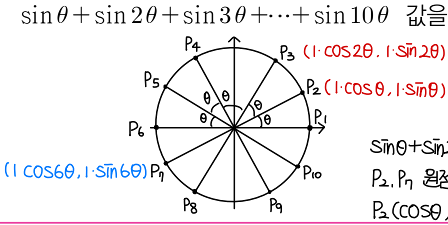
$6\theta-\theta=2n\pi$ (n 정수) . $\theta=\frac{2}{5}n\pi \rightarrow \frac{\pi}{2} < \cancel{\frac{2}{5}\pi}, \frac{4}{5}\pi, \cancel{\frac{6}{5}\pi} \cdots < \pi$

㉡ 동경 θ와 동경 6θ가 반대 방향인 경우

$6\theta-\theta = 2n\pi+\pi$

$5\theta=(2n+1)\pi$ (n 정수) . $\theta=\frac{2n+1}{5}\pi \rightarrow \frac{\pi}{2} < \cancel{\frac{\pi}{5}}, \frac{3}{5}\pi, \cancel{\pi} \cdots < \pi$

예제 05 좌표평면에서 중심이 원점이고, 반지름의 길이가 1인 원을 10등분하여 각 분점을 차례로 $P_1,\ P_2,\ \cdots,\ P_{10}$이라고 하자. $\angle P_1OP_2=\theta$라 하고, $P_1(1,\ 0)$이라 할 때, $\sin\theta+\sin 2\theta+\sin 3\theta+\cdots+\sin 10\theta$ 값을 구하여라.



$\sin\theta+\sin 2\theta+\cdots+\sin 10\theta$

P_2, P_7 원점대칭

$P_2(\cos\theta, \sin\theta)$

$P_7(\cos 6\theta, \sin 6\theta) = (-\cos\theta, -\sin\theta)$) $+=0$

$-\sin 2\theta = \sin 7\theta$

$\sin 2\theta + \sin 7\theta = 0$

$\sin 3\theta + \sin 8\theta = 0$

$4\theta \quad 9\theta = 0$

$5\theta \quad 10\theta = 0$

$\therefore 0$

04 기본공식

01 기본

POINT

- $\boxed{\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}}$
- $\boxed{\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1}$
- $1 + \tan^2\theta = \dfrac{1}{\cos^2} = \sec^2\theta$

$\tan\theta = \dfrac{y}{x} = \dfrac{\frac{y}{r}}{\frac{x}{r}} = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$

$1 + \cot^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta$

$1 + \dfrac{1}{\tan^2\theta} = \dfrac{1}{\sin^2\theta}$

예제 01 θ가 예각이고 $\cos\theta = \dfrac{4}{5}$일 때, $\sin\theta$와 $\tan\theta$ 값을 구하시오.

1사분면

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

$\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$

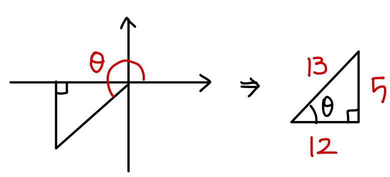
$\sin\theta = \pm\sqrt{\dfrac{9}{25}} \Rightarrow \dfrac{3}{5}$

$\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} = \dfrac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = \dfrac{3}{4}$

직각 △

02 주어진 삼각함수의 값

예제 01 θ가 3사분면일 때 $\tan\theta = \dfrac{5}{12}$이다. $\sin\theta$, $\cos\theta$ 값을 구하시오.



$\sin\theta = \dfrac{5}{13}$, $\cos\theta = \dfrac{12}{13}$

예제 02 $\sin\theta + \cos\theta = \dfrac{1}{2}$일 때, 각 값을 구하시오.

(1) $\sin\theta \cdot \cos\theta$ $= -\dfrac{3}{8}$

(2) $\tan\theta + \cot\theta$ $= -\dfrac{8}{3}$

제곱

(1)

$\sin^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta = \dfrac{1}{4}$

1

$2\sin\theta\cos\theta = -\dfrac{3}{4}$

$\sin\theta\cos\theta = -\dfrac{3}{8}$

(2)

$\tan\theta + \cot\theta$

$= \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} + \dfrac{\cos\theta}{\sin\theta} = \dfrac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta} = \dfrac{1}{-\frac{3}{8}} = -\dfrac{8}{3}$

05 각의 변환 ⇒ $\frac{n}{2}\pi+\theta$

01 각 숫자

POINT

각	x축 측정	sin → sin
		cos → cos
		tan → tan
	y축 측정	sin → cos
		cos → sin
		tan → $\frac{1}{\tan}$

ⅰ) x축 기준

ⅰ) $\sin 150° = +\sin 30°$ 각 x축 기준

$= +\ \ 60°$ 각 y축 기준

ⅱ) $\cos 240° = -\cos 60°$ 각 x축 기준

$= -\sin 30°$ 각 y축 기준

ⅲ) $\tan 315° = \tan 45°$ 각 x축 기준

$= \frac{1}{\tan 45°}$ 각 y축 기준

ⅱ) y축 기준

예제 01 $\sin\frac{25}{6}\pi+\cos\frac{17}{3}\pi+\tan\frac{11}{4}\pi$의 값을 구하시오.

$= +\sin\frac{\pi}{6}+\sin\frac{\pi}{6}-\tan\frac{\pi}{4}=0$

예제 02 $\sin 70°+\underline{\tan 100°}+\underline{\cos 160°}+\underline{\cot 190°}$ 의 값을 구하시오.

$-\tan 80°$ $\ -\sin 70°$ $\ \tan 80°$

$=\sin 70°-\tan 80°-\sin 70°+\tan 80°=0$

02 각 문자

⇒ θ를 예각처럼

$\sin(\frac{\pi}{2}-\theta) = +\cos\theta$

$\cos(\frac{\pi}{2}-\theta) = +\sin\theta$

$\tan(\frac{\pi}{2}-\theta) = \frac{1}{\tan\theta}$

$\sin(\pi+\theta) = -\sin\theta$

$\cos(\pi+\theta) = -\cos\theta$

$\tan(\pi+\theta) = \tan\theta$

$\sin(\pi-\theta) = +\sin\theta$

$\cos(\pi-\theta) = -\cos\theta$

$\tan(\pi-\theta) = -\tan\theta$

$\sin(-\theta) = -\sin\theta$

$\cos(-\theta) = \cos\theta$

$\tan(-\theta) = -\tan\theta$

예제 01 $\tan(\pi+A)\sin\left(\frac{\pi}{2}+A\right)+\cos(\pi-A)\cot(-A)$의 값을 구하시오.

$= +\tan A \cdot \cos A - \cos A \cdot \frac{1}{-\tan A}$

$= \frac{\sin A}{\cos A} \cdot \cos A + \cos A \cdot \frac{\cos A}{\sin A}$

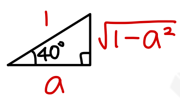
$= \frac{\sin^2 A}{\sin A} + \frac{\cos^2 A}{\sin A} = \frac{1}{\sin A} = \operatorname{cosec} A$ $\quad \therefore \operatorname{cosec} A$

예제 02 $\sin 50^\circ = a$라 하자. $\sin 40^\circ$를 문자 a를 이용하여 나타내시오.

$\parallel$

$\cos 40^\circ$

⇒ 직각 △



$\Rightarrow \sin 40^\circ = +\sqrt{1-a^2}$

예제 03 $\cos^2(\theta+20)+\cos^2(\theta-70)$의 값을 구하시오.

$\theta-70 = -90+\theta+20$

$\cos(-90+\theta+20) = +\sin(\theta+20)$

$\rightarrow \cos^2(\theta-70) = \sin^2(\theta+20)$

$\Rightarrow \cos^2(\theta+20)+\sin^2(\theta+20) = 1$ $\quad \therefore 1$

예제 04 $\tan\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)\cdot\underline{\tan\left(\theta-\frac{\pi}{6}\right)}$의 값을 구하시오.

$= \tan(-\frac{\pi}{2}+\theta+\frac{\pi}{3}) = -\frac{1}{\tan(\theta+\frac{\pi}{3})}$

$\Rightarrow \tan(\theta+\frac{\pi}{3}) \times -\frac{1}{\tan(\theta+\frac{\pi}{3})} = -1$ $\quad \therefore -1$

Chapter 07

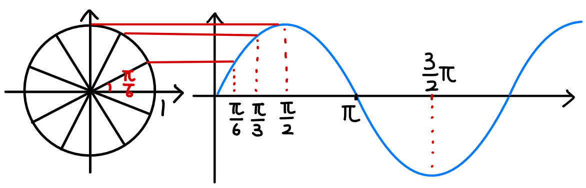
삼각함수의 그래프 개념정복

01 삼각함수의 그래프

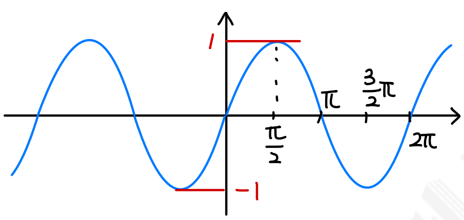
01 기본그래프

i) $y=\sin x$

⇒ $\sin x$는 원 위의 점의 y좌표



* $y=\sin x$

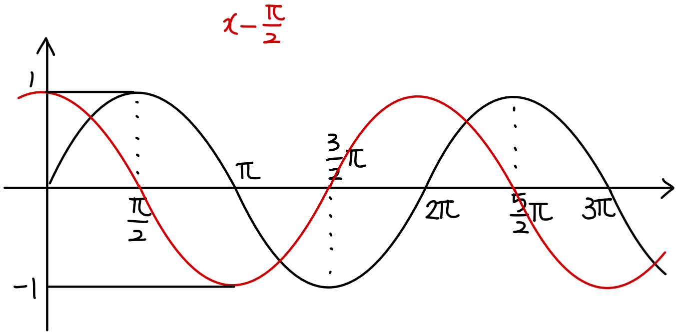


POINT

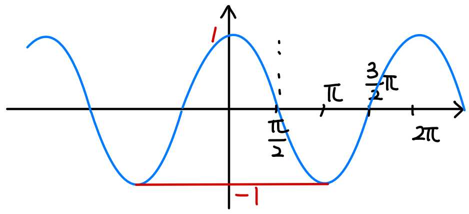
㉠ $-1 \leq \sin x \leq 1$
㉡ 반복 길이 = 길이 $=2\pi$
㉢ 원점대칭(기함수)

ii) $y=\cos x=\sin\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right) \leftarrow y=\sin x$

$x-\frac{\pi}{2}$



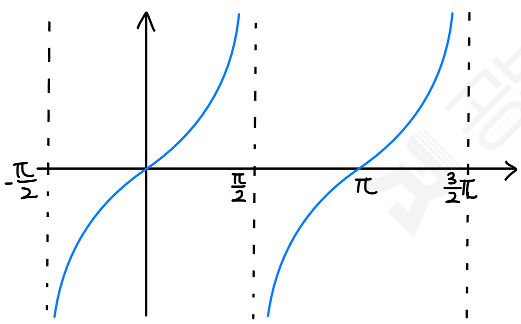
* $y=\cos x$



POINT

㉠ $-1\leq \cos x \leq 1$
㉡ 주기 = 2π
㉢ y축 대칭 (우함수)

ⅲ) $y=\tan x$



POINT

㉠ $\tan x$ $(-\infty,\ \infty)$
㉡ 주기 = π
㉢ 원점대칭(기함수)

02 그래프의 확장

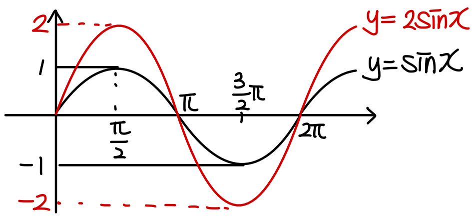
ⅰ) $y=a\sin x$

$M=|a|,\ m=-|a|$

$-1\leq \sin x\leq 1$

$-a\leq a\sin x\leq a$

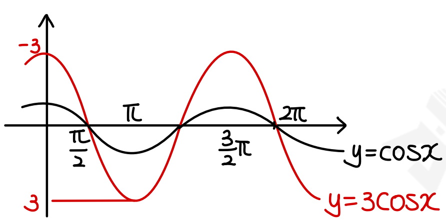
* $y=2\sin x$



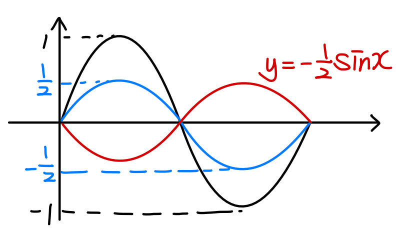
$-1\leq\ \sin x\ \leq 1$

$-2\leq\ 2\sin x\ \leq 2$

* $y=3\cos x$



* $y=-\dfrac{1}{2}\sin x$

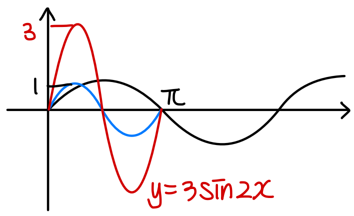


ii) $y=a\sin bx$

$-a \leq y \leq a$, 주기$=\dfrac{2\pi}{|b|}$

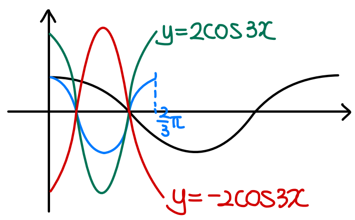
* $y=3\sin 2x$

주기 $=\dfrac{2\pi}{|2|}=\pi$



* $y=-2\cos 3x$

주기$=\dfrac{2\pi}{3}$



iii) $y=a\sin bx+c$

$$y=a\sin bx \quad \overset{y+c}{\Rightarrow} \quad y-c=a\sin bx$$

$-|a|+c \leq \quad \leq |a|+c$

$M=|a|+c$

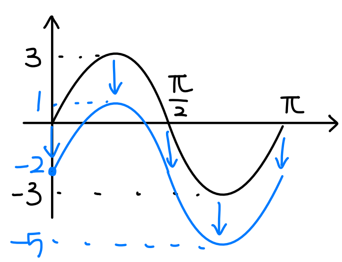
$m=-|a|+c$

예제 01 $y=3\sin 2x-2$의 그래프를 그리시오.

$M=3$, $m=-3$, 주기 $=\pi$

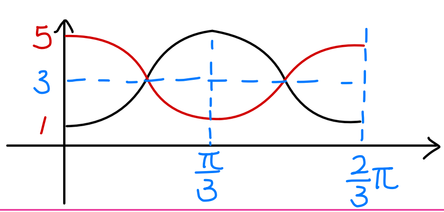
$\downarrow \quad \downarrow$

$1 \quad -5$



예제 02 $y=-2\cos 3x+3$의 그래프를 그리시오.

$M=|-2|+3=5$, $m=-|-2|+3=1$, 주기 $\frac{2}{3}\pi$



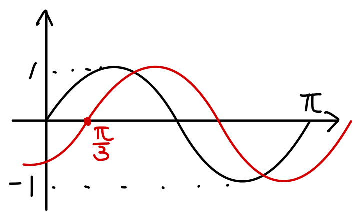
ⅳ) $y=a\sin(bx+c)+d$

$$y=a\sin bx+d \quad \xRightarrow{x-\frac{c}{b}} \quad y=a\sin\left(b\left(x+\frac{c}{b}\right)\right)+d$$

예제 03 $y=\sin\left(2x-\frac{2}{3}\pi\right)$의 그래프를 그리시오.

$x+\frac{\pi}{3}$

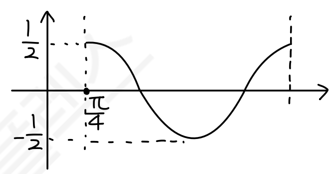
$y=\sin 2x$



예제 04 $y=\frac{1}{2}\cos\left(3x-\frac{3}{4}\pi\right)$의 그래프를 그리시오.

$=0.\ x=\frac{\pi}{4}$

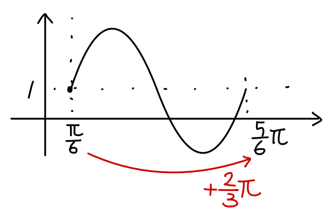
$\begin{cases} M=\frac{1}{2} \\ m=-\frac{1}{2} \\ 주기=\frac{2}{3}\pi \end{cases}$



예제 05 $y=2\sin\left(3x-\frac{\pi}{2}\right)$의 그래프를 그리시오.

$=0\ \ x=\frac{\pi}{6}$

$\begin{cases} M=|2|+1=3 \\ m=-|2|+1=-1 \\ 주기=\frac{2}{3}\pi \end{cases}$



예제 06 $f(x)=-4\sin\frac{\pi}{2}x$, $g(x)=2\cos\frac{\pi}{2}(x-1)$일 때, $f(44)+g(45)$의 값을 구하시오.

M=2, m=-2, 주기=4

M=4, m=-4, 주기=4

$f(44)=f(40)=f(36)=\cdots=f(4)=f(0)=0$

$g(45)=g(41)=g(37)=\cdots=g(1)=2$

$\therefore 2$

예제 07 $f(x)=a\cos\left(\frac{3}{2}\pi-\frac{x}{p}\right)+b$일때 $f\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{5}{2}$이고 최솟값은 -5, 주기는 2π이다. a와 p가 양수일 때 a, b, p의 값을 구하시오.

$\begin{cases} M=|a|+b \\ m=-|a|+b=-5 \\ 주기=\dfrac{2\pi}{\left|-\frac{1}{p}\right|}=2\pi \end{cases}$

$p=1$

$a\cos\left(\frac{3}{2}\pi-\frac{\pi}{6}\right)+b=\frac{5}{2}$

$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} -\frac{1}{2}a+b=\frac{5}{2} \\ -a+b=-5 \end{array}\right)$ $a=15,\ b=10$

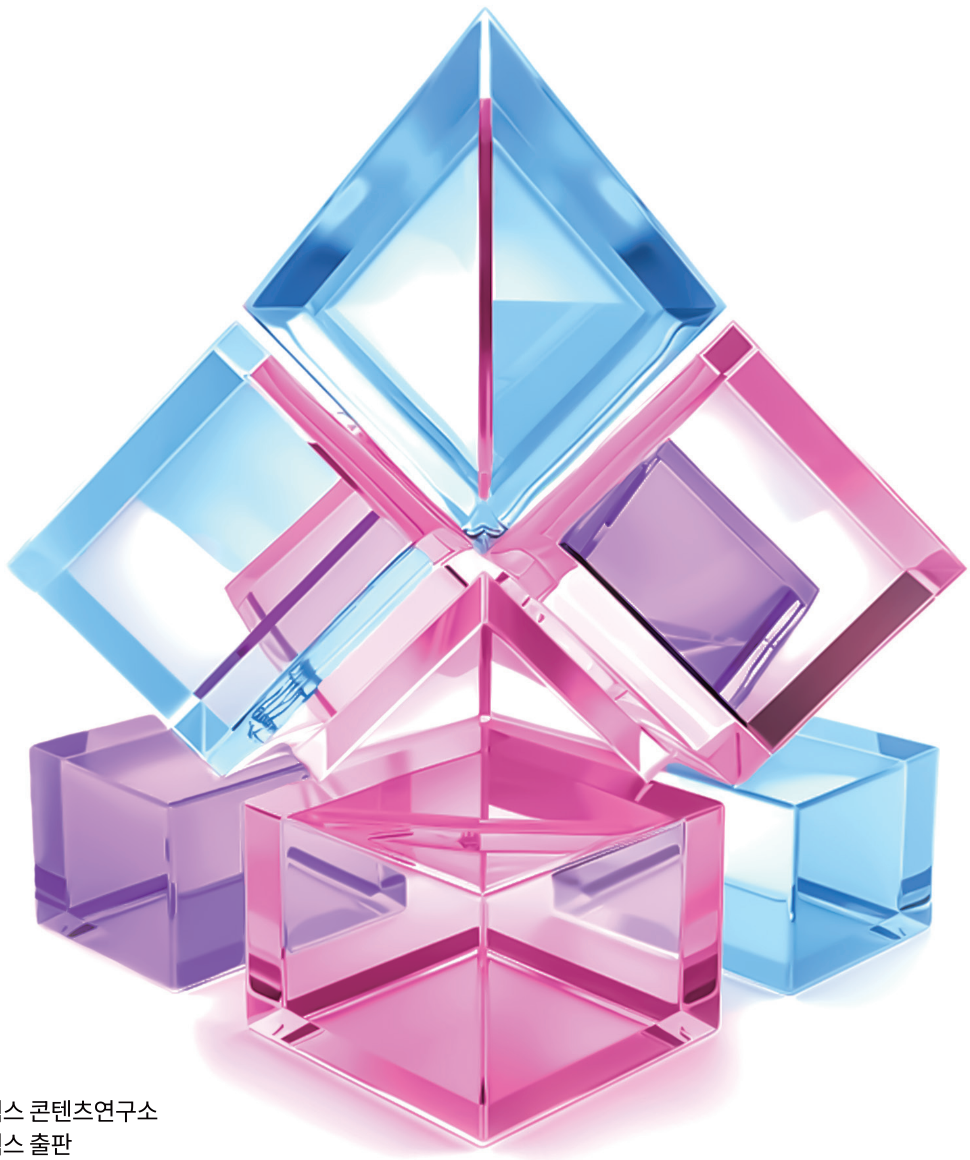
$\therefore a=15, b=10\ \ p$

온라인 ·
오프라인
수업안내

공부플렉스

네이버에서 '**공부플렉스**'를 검색하세요.

카카오톡 '**공부플렉스**' 검색 후
친구추가하고 신간 모의고사
정보를 받으세요.



저자 김철수
출판 공부플렉스 콘텐츠연구소
발행처 공부플렉스 출판
주소 서울 강남구 테헤란로 625
문의 1588-7759
이메일 clonemath1234@naver.com

53410
9 791197 538612
ISBN 979-11-975386-1-2

정가 **비매품**

공부플렉스